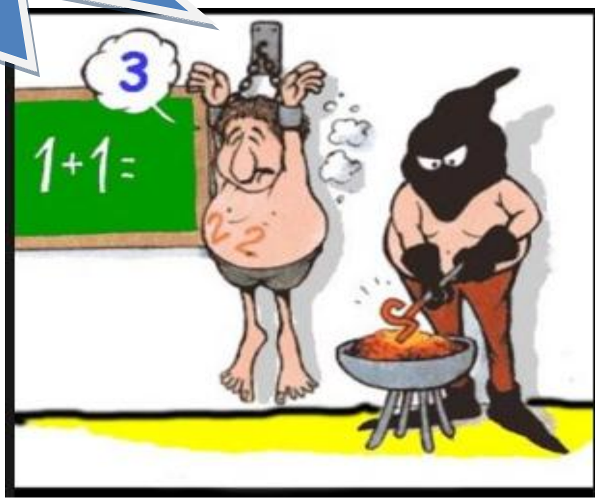
| INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA NUEVA GENERACIÓN | |
|---|---|
| **Guía 1 de Matemáticas** | **Grado Octavo** |
| **Nombre del Matemático:** | |

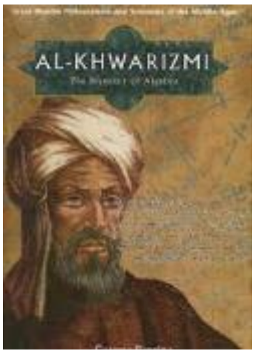
**René Descartes**: "La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles."

**Galileo Galilei:** "Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el Universo". "Las matemáticas son el lenguaje de la

Y cuál es tu definición)



# HISTORIA DEL ALGEBRA




**“se necesitaron cientos de años para desarrollar el simbolismo algebraico actual”**

En la edad media del mundo occidental se presenta en oriente la etapa conocida como la edad de oro del mundo musulmán, entre los años 700 al 1200 , durante ese tiempo el lenguaje universal de las matemáticas era el árabe, quienes conservaron los descubrimientos matemáticos dejados por los antigüos matemáticos griegos, además divulgaron los conocimientos matemáticos de la india (entre ellos el descubrimiento del número cero, entre otros) e hicieron avanzar el álgebra y la trigonometría.

La palabra álgebra procede del árabe **Al-jabr,** término empleado por Muhammad ibn Musa al- Khwarizmi, en su obra conocida como el mugabala, en este libro se explicaba los métodos generales para resolver ecuaciones manipulando cantidades conocidas, aunque se utiliza en esa época palabras y no símbolos, y al-jabr significa: sumar cantidades iguales a ambos miembros de la ecuación.

De su vida sólo se sabe que trabajó en la biblioteca del califa llamada la casa de la sabiduría ubicada en Bagdad y escribió libros de geografía, astronomía y matemáticas, de su apellido se derivan palabras como alegorismo y guarismo, la primera se refiere a los pasos para desarrollar un proceso matemático y la segunda se refiere a las cifras de un número.

**Para qué les servía el álgebra**

**Varios capítulos del *Liber Abbaci* contienen problemas algebraicos relevantes para las necesidades de los mercaderes. Uno de ellos, no muy práctico, dice así: «Un hombre compra 30 pájaros: periquitos, milanos y gorriones. Un periquito cuesta 3 monedas de plata, un milano 2, y un gorrión ½. Él paga 30 monedas de plata. ¿Cuántos pájaros de cada tipo compra?».**

La respuesta es 3 periquitos, 5 milanos y -_______gorriones

## CARTA AL SEÑOR ALGUARISMI

Querido señor Abu abdallah Muhammad ibn musa al-jwarizmi , no le parece usted que posee un nombre muy largo? , hace ya bastante tiempo que quería redactarle una carta, mas no sabía como empezar y tras varios meses de pensar concluí: “empezar desde un principio” .

Siendo honesta me molesta el hecho de que no me conteste la carta y es su culpa por ser tan cool y levantar una audiencia a nivel mundial y me consta porque mi maestra de mate es una gran fan suya pero usted ya está bastante muerto , en mi opinión debió haber hecho una fórmula para la inmortalidad pero bueno. Uno se dedica a lo que le apasiona si usted le apasiona las matemáticas ni modo; ahora permítame decirle porque creo que usted tiene mucha audiencia.

¿Es usted consiente de que la Unión soviética en 1983 saco un sello en su conmemoración? , bueno y no se podía esperar menos de una persona que saco un libro por que como dice mi abuelo : “ toma de ejemplo a dios que saco un libro y mira como le fue , todos lo conocen.” Pues déjeme decirle que soy de las personas que creen que las personas pueden hacer lo que les haga disfrutar de su vida y la verdad su forma de pensar acerca del logaritmo inspira a muchas personas hoy en día y gracias a eso el mundo puede progresar no le parece a usted un orgullo? , en fin esta carta no es para reclamarle ni mucho menos sino para informarle que por usted el mundo cambio gradualmente y me sentiría honrada de mostrarle el progreso así que tenga presente que le volveré a escribir otra carta.

le escribe Isabela Ramírez.

PD: ¡¿No hace mucho calor para usar turbante?!

-no ha considerado acortar su nombre a algo como George? , ¡no le caería mal!

***Isabella Ramírez 8 (2015)***

El ÁLGEBRA: **rama de la Matemática** que emplea números, **letras** y **signos** para poder hacer referencia a múltiples operaciones. Su origen etimológico permitió que, en tiempos pasados, se conociera como álgebra al **arte** focalizado en la reducción de huesos que estaban dislocados o quebrados. Este significado, de todas maneras, ha caído en desuso.

sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división) pero que, a diferencia de la aritmética, se vale de símbolos (a, x, y) en lugar de utilizar **números**. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (**incógnitas**), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución.

**Y cuál es tu definición**

**TÉRMINO ALGEBRAICO**

Consta de:
a) signo
b) coeficiente numérico
c) Parte literal

**Ejemplo:**

$$\boxed{-3}a^4$$

Parte literal ó Factor Literal

Coeficiente numérico

EXPRESIÓN ALGEBRAICA: Es una forma simbólica que emplea constantes (números), variables y operaciones matemáticas.

Está compuesta por uno o más términos

Cuando tiene más de tres términos se le dice polinomio

MONOMIOS: expresión de un solo termino:3x, 5y, 7z

BINOMIOS expresión de dos términos
3x+2y
2m-3n

TRINOMIOS expresión de tres términos
$2x^2+3x+1$
2x+3y-7z

## GRADO DE UN TÉRMINO

Es la suma de los exponentes del factor literal
Ejemplo:
En el término $3x^3$ tiene grado 3 (por el exponente de x)
En el término $4x^2y^3$ tiene grado 5 (2 + 3, la suma de los exponentes)

## GRADO DE UN POLINOMIO

Es el grado mayor de sus distintos términos.

Ejemplo:
En la expresión $3x^3 + 5y^5$ tiene grado 5 (por el grado del segundo término)
En el término $4x^2y^3 - 4b^3y^2z^7$ tiene grado 12 (por el grado del segundo término)

**POLINOMIO ORDENADO:** los términos del polinomio se organizan según sus exponentes de forma consecutiva, si es de mayor a menor se dice orden **ascendente** o si es de menor a mayor se dice orden **descendente**

$2x^4-3x^3+5x^2+9x-6$ orden descendente

$6-9x+5x^2-3x^3+2x^4$ orden ascendente

**TÉRMINO INDEPENDIENTE**: cuando el termino no tiene parte o factor literal, ya que la variable tiene por exponente el número cero.

**POLINOMIO OPUESTO:** Es cuando los signos del polinomio son opuestos al polinomio inicial, ejemplo el opuesto de 2x es -2x, el opuesto de -7y es 7y.

**TERMINOS SEMEJANTES**

Los términos son semejantes cuando tienen la misma parte literal, es decir, las mismas variables elevadas a los mismos exponentes. Los T. S. se pueden sumar o restar, sumando o restando sus coeficientes numéricos y conservando el factor literal.

Ejemplo:

El término $3x^2y$ y el término $2x^2y$, son semejantes. (Tiene factor literal iguales) y al sumarlo da $5x^2y$

## Completa la tabla

| Expresión algebraica | signo | Coeficiente | Parte literal | Variables | Escribe dos términos semejantes | Lenguaje verbal |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x^4$ | | | | | | |
| $\frac{1}{2}m^3$ | | | | | | |
| $\sqrt{3}m^2$ | | | | | | |
| -2mn | | | | | | |
| $3x^2y$ | | | | | | |
| –vt | | | | | | |
| $\frac{3}{4}a^4b^2$ | | | | | | |

**Completa las definiciones**

- Expresión que combina signos, coeficiente, exponente y parte literal _________________
- Polinomio que consta de un solo término _______________
- Expresión algebraica formada por sumas, restas entre monomios ____________
- Para una variable es su mayor exponente _________________
- Es el término de un polinomio cuya variable esta elevada al exponente cero. __________
- Cuando el polinomio tiene exponentes consecutivos para una variable decimos que esta _________________
- Cuando los términos de un polinomio tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes estos son ______________
- Polinomio cuyos signos son contrarios al polinomio inicial. _______________
- Es la rama de las matemáticas que permite representar situaciones reales de manera simbólica ______________________
- Es el número real que aparece en cada término _________________
- Parte que representa las variables de un término con sus respectivos exponentes. ___________________
- Conjunto de números simbolizados con la letra Q ______________________
- Polinomio con tres términos __________________________________

# Lenguaje verbal y lenguaje algebraico


"Esta cosa que busco, voy a empezar por nombrarla. Pero como no la conozco, porque precisamente la busco, la llamare siempre la cosa"

Al Jwarizmi

Antes de la utilización de símbolos y abreviaturas matemáticas, se aplicaba la palabra cosa para la magnitud buscada en ecuaciones que se escribían precisamente de forma verbal

El álgebra se conoció como " el arte de la cosa", por ejemplo una ecuación de primer grado se podía escribir como: "una cosa sumada a un primer número es igual a un

Para afrontar con suficiencia la resolución de problemas matemáticos, una de las mayores dificultades que afrontan los estudiantes es convertir el lenguaje natural o cotidiano en lenguaje simbólico y viceversa. Cuando se plantean los problemas de aplicación matemática donde el estudiante debe proponer un modelo de solución, es necesario hacer uso de conocimientos básicos de otras áreas, como el relacionado con la comprensión lectora, lo cual es fundamental para el éxito en la solución final del problema, sin embargo, la habilidad se va adquiriendo en la medida que el estudiante intensifique en la práctica.

A continuación se presenta una tabla, que le proporciona al estudiante los fundamentos necesarios para hacer las diversas conversiones.

| **Lenguaje Coloquial** | **Lenguaje Matemático** |
|---|---|
| **Dado un número** | $x$ |
| **El duplo de un número, el doble de un número** | $2x$ |
| **La mitad d un número** | $\frac{1}{2}x$, $\frac{x}{2}$ $x:2$ |
| **Un número disminuido en:** | $x - \cdots$ |
| **El anterior o el antecesor de un número** | $x - 1$ |
| **El siguiente, el consecuente o el sucesor de un número** | $x + 1$ |
| **El opuesto de un número** | $-x$ |
| **Números consecutivos** | $x;\ x+1,\quad x+2,\quad x+3, \ldots$ |
| **Un número par** | $2x$ |
| **Números pares consecutivos** | $2x;\ 2x+2,\quad 2x+4, 2x+6, \ldots$ |
| **Números Impares consecutivos** | $2x+1,\quad 2x+3;\ 2x+5;\ 2x+7, \ldots$ |
| **El triple de un número** | $3x$ |
| **El cuádruplo de un número** | $4x$ |
| **El tercio o tercera parte de un número** | $\frac{1}{3}x;\ \frac{x}{3},\ \ x:3$ |

| | |
|---|---|
| La cuarta parte de un número | $\frac{1}{4}x$; $\frac{x}{4}$; $x\ :\ 4$ |
| La quinta parte de un número | $\frac{1}{5}x$; $\frac{x}{5}$ $x\ :\ 5$ |
| El cuadrado de un número | $x^2$ |
| El cubo de un número | $x^3$ |
| El cuadrado del siguiente de un número | $(x+1)^2$ |
| El cubo del siguiente de un número | $(x+1)^3$ |
| La raíz cuadrada de un número | $\sqrt{x}$ |
| La raíz cúbica de un número | $\sqrt[3]{x}$ |
| La razón entre dos números: División | $\frac{x}{y}$; $x\ :\ y$ |
| La diferencia entre dos números: Diferencia | $x-y$ |
| El doble de un número, aumentado en la mitad del mismo número | $2x+\frac{x}{2}$ |
| El doble de a, aumentado en b. | $2a+b$ |
| El doble de a aumentado en b | $2(a+b)$ |
| La mitad de a, más el triple de b | $\frac{a}{2}+3b$ |
| El doble del cuadrado de a | $2a^2$ |
| El cuadrado del doble de a | $(2a)^2$ |
| La cuarta parte del triple del cuadrado de b | $\frac{(3b^2)}{4}$ |
| El triple de la cuarta parte del cuadrado de b | $3(\frac{b^2}{4})$ |
| El cuadrado, la cuarta parte del triple de b | $(\frac{3b}{4})^2$ |
| La diferencia entre el quíntuple de $x$ y la mitad de algo. | $(5x)-(\frac{y}{2})$ |
| La suma de tres números pares consecutivos | $(2x)+(2x+2)+(2x+4)$ |
| La semisuma entre $a$ y $b$ | $\frac{a+b}{2}$ |
| La semiresta entre $a$ y $b$ | $\frac{a-b}{2}$ |

| | |
|---|---|
| **El producto entre un número y su antecesor** | $a.(a-1)$ |
| **El producto de un número y su sucesor** | $a.(a+1)$ |
| **El triple de un número, equivale al doble del mismo número, aumentado en 15** | $3x = 2x + 15$ |
| **La suma de los cuadrados de tres números consecutivos** | $(x^2) + (x+1)^2 + (x+2)^2$ |
| **El volumen de un cubo de arista** $2a-1$ | $V = (2a-1)^3$ |
| **La cuarta parte del producto entre el cuadrado de** $a$ **y el cuadrado de** $b$ | $\frac{(a^2 x b^3\ )}{4}$ |

Observa las expresiones algebraicas que se presentan en la primera columna de la siguiente tabla, para las cuales debes de identificar el término desconocido o el contexto o la representación en lenguaje común de dichas expresiones algebraicas. Para completar la tabla usa las opciones que se presentan en la parte inferior de la misma.

Tabla 1. Expresiones algebraicas y el contexto

| Expresión algebraica | Término desconocido | Contexto | Lenguaje común |
|---|---|---|---|
| ***2x+3*** | ***X=*** edad de una persona | | |
| ***X+2Y*** | | | La suma de un número con el doble de otro |
| ***5X+2Y*** | | compras | |
| $\frac{X}{3} + 2X$ | ***X=*** recorrido | | |
| ***2(3x+1)+2(5x)*** | | geometría | |

| | | |
|---|---|---|
| ***X*=** un número ***Y*=** otro numero | El perímetro de un rectángulo | Edad |
| ***X*=** segmento de lado de un rectángulo | La compra de 5 vasos y 2 tasas | Distancia |
| La tercera parte de una distancia más el doble de ella | El doble de la edad de una persona más tres años | ***X*=**Costo de un vaso ***Y*=**Costo de una taza |
| | Numérico | |

**Completa el cuadro**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a+(a+1)$ | 1 | | El cubo del doble de un número menos 8 |
| $y+2(y+1)$ | 2 | 6 | |
| $\frac{X^3}{3}$ | 3 | 7 | |
| $2(x+4)$ | 4 | | La diferencia entre el triple de un número y la mitad del quíntuple de otro |
| $(2y-8)^3$ | 5 | | El cuádruple del cubo de la suma de dos números |
| $\frac{2y-y}{4}$ | 6 | 1 | |
| $2(x+y)$ | 7 | | Un número sumado con el doble de su consecuente |
| $3a - \frac{5y}{2}$ | 8 | 3 | |
| $4(x+y)^3$ | 9 | | El doble de la suma del espacio recorrido y cuatro más |

## Escribe las expresiones verbales en lenguaje algebraico o las expresiones algebraicas en lenguaje verbal.

| | |
|---|---|
| El doble de a | |
| El triple de a y c | |
| El producto de a por el cuadrado de b | |

| | |
|---|---|
| La suma de los cuadrados de a, b y c | |
| El doble de la diferencia de lo cuadrados de a y c | |
| El cubo de a disminuido en 3 | |
| Un número cualquiera | |
| La raíz cuadrada de un número | |
| La mitad de z aumentada en el producto de 18 por w | |
| El siguiente número consecutivo a x | |
| | $\frac{a+b}{2}$ |
| | $\frac{a-b}{2}$ |
| | $\frac{ab}{2}$ |
| | $\frac{a}{b}; b \neq 0$ |
| | $2n+1$ |
| | $\frac{2a}{7} = \frac{2}{7}$ |
| | $(n-1)^3$ |
| | $(3n+2)^2 + 5$ |
| | $\frac{2n-1}{n+3}, n \neq -3$ |

Identifica los elementos desconocidos que relacionan cada enunciado y nómbralos con una letra.

a) El perímetro de un rectángulo cuyos lados mayores miden el doble de los lados menores, los cuales miden cada uno 3b.
b) Mario desea vender un vehículo, una moto y una bicicleta por $12.600.000. El coche vale 3 veces más que la moto y la moto 5 veces más que la bicicleta. ¿Cuánto vale cada vehículo?
c) La suma de las edades de 3 jóvenes es de 45 años. El mayor tiene 5 años más que el mediano y éste 2 años más que el menor. ¿Cuál es la edad de cada uno?
d) Se desea distribuir una suma de $40000 entre 3 personas de modo que la primera reciba $600 más que la segunda y ésta $200 más que la tercera. ¿Cuánto tocará a cada una?

a)________________________________________

b)________________________________________

c)________________________________________

d)________________________________________

Ejercicio 2.

Construye las expresiones algebraicas para cada uno de los anteriores enunciados.

a)________________________________________

b)________________________________________

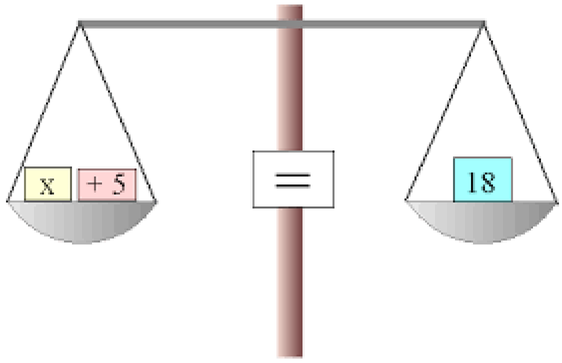
c)________________________________________

d)________________________________________

***Expresa en el lenguaje verbal o algebraico según corresponda***

| | | | |
|---|---|---|---|
| Carlos es 10 años menor que Pablo | La semidiferencia entre a y b. | $x^2 + y^2$ | $X/4$ |
| La octava parte de la diferencia de A y C: | El doble de a aumentado en b. | $N = M - 14$ | $4(M+P)$ |
| A es 15 unidades mayor que B: | $X(x+1)$ | El producto de un número positivo con su antecesor es 30 | $X,(x+1), (x+2)$ |

# ECUACIONES




## Historia

Desde el siglo XVII antes de Cristo los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones. En el siglo XVI antes de Cristo los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Ya para entonces tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el "método de la falsa posición". No tenían notación simbólica pero utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita. Alrededor del siglo I después Cristo los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (que significa El Arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones.

En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su Aritmética en la cual, por primera vez en la historia de las matemáticas griegas, se trataron de una forma rigurosa las ecuaciones de primer grado. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones".
El planteamiento de ecuaciones en matemáticas responde a la necesidad de expresar simbólicamente los problemas y los pensamientos. Sobre la vida de Diophante aparece en los siglos V o VI un epigrama algebraico que constituye una ecuación lineal, propuesto por un discípulo de Diofanto para explicar datos de la vida de este sabio griego.

**E**n 1557 el matemático inglés Robert Recorde inventó el símbolo de la igualdad, =. **E**n 1591 el matemático francés François Viete desarrolló una

notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. La forma de escribir y resolver las ecuaciones es bastante moderna, pero el origen de los problemas matemáticos y de las ecuaciones es antiquísimo.
Arqueólogos, historiadores y matemáticos, formando equipos de trabajo, estudiaron a las civilizaciones más antiguas y descubrieron como era el pensamiento matemático de cada una de ellas.
La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. La introducción de la notación simbólica asociada a Viete (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

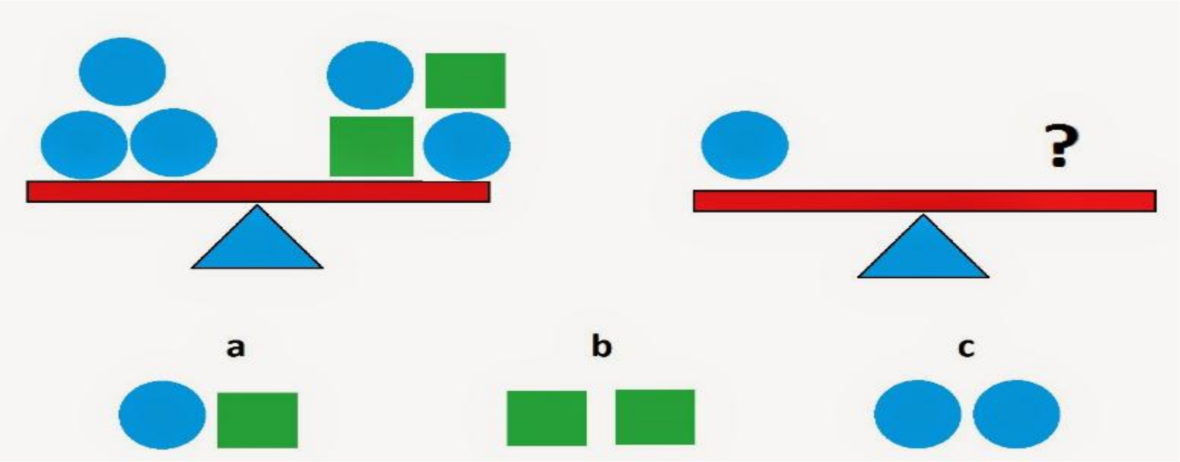
Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones).Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años. Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma: $x + ax = b$ $x + ax + bx = 0$ Donde a, b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban aha o montón. Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhid responde al problema siguiente: "Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24". En notación moderna, la ecuación será: $x + 1 / 7 x = 24$

La solución la obtenía por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.
Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado. Entre las pocas que aparecen, tenemos la ecuación $5x = 8$. En las tablas en base sexagesimal hallaban el reciproco de cinco que era 12/60 y en la tabla de multiplicar por 8, encontramos 8 x 12/60 = 1 36/60
Posteriormente, Brahmagupta (siglo VII) expresa, ya de forma sincopada, como resolver ecuaciones lineales. La incógnita la representaba por la abreviatura ya, y las operaciones con la primera silaba de las palabras.

**Video historia de las ecuaciones**
https://www.youtube.com/watch?v=6AOaT2DOoHg

Realiza un mapa conceptual o un dibujo donde resumas la historia de las ecuaciones

## Concepto de Ecuación




Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene letras que se llaman variables y números que se llaman términos independientes y sólo se cumple para el valor de la incógnita. Si el exponente de la variable es 1 se llama de primer grado o lineal con una incógnita.

Variable $\longrightarrow$ $X + 8 = 12$

En una ecuación, la expresión algebraica del lado izquierdo del signo igual se llama primer miembro la del lado derecho se llama segundo miembro

$$\frac{3X}{2} + 4 = 6X - 3$$

La resolución de una ecuación lineal con una incógnita es un procedimiento que se basa, fundamentalmente, en la propiedad de la igualdad que establece que: Si a los miembros de una igualdad se realizan las mismas operaciones, se obtiene una nueva igualdad. Esta propiedad permite dar un enunciado que simplifica su aplicación. Cualquier término o factor de un miembro en una igualdad puede pasar al otro miembro si se cambia en la operación contraria a la que realizaba.

## Clases de ecuaciones

Las ecuaciones pueden ser clasificadas desde diferentes puntos de vista, como a continuación se expresa:

### Desde el punto de vista de la parte literal se clasifican en:

a) **Numérica**: Se presenta cuando en la ecuación sólo aparecen las letras de las incógnitas. Ejemplo: $2m + 5 = 9m - 6$, es una ecuación numérica, dado que la única letra que aparece es la $m$ que representa la variable.

b) **Literal:** Se presenta, cuando en la ecuación además de las variables, aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas. Ejemplo: $9x - 2c = 2a + 5x$, es una ecuación literal, porque además de la variable $x$, aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas.

### Desde el punto de vista de la presentación de la variable se clasifican en:

a) **Enteras**: Son ecuaciones en las cuales ninguno de sus términos tiene denominador. Ejemplo: $2y - 3 = 20$, es una ecuación entera.

b) **Fraccionarias:** Son ecuaciones en donde algunos o todos sus términos tienen denominador. Ejemplo: $\frac{3x}{4} + 5x + \frac{2x}{5} = 8$, es una ecuación fraccionaria.

c) **Racional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas no tienen raíces cuadradas o cúbicas. Ejemplo: $\frac{3}{x+1} - \frac{2}{4} = \frac{4}{2x+2}$, es una ecuación racional.

d) **Irracional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas aparecen dentro de un radical. Ejemplo: $\sqrt{x + 20} - \sqrt{x} = 2$, es una ecuación irracional.

### Desde el punto de vista del exponente, se clasifican en:

a) **Lineales:** Son ecuaciones donde el exponente de la variable o incógnita se encuentra elevada a la 1. Se les denomina lineales porque al graficar la ecuación se obtiene una línea recta. Ejemplo: $8x - 4 = 4x + 6$, es una ecuación lineal con una sola variables. $12x - 8y = 4$, una ecuación lineal con dos variables $x, y$.

b) **Cuadráticas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada al exponente 2. Cuando se grafica se obtiene una parábola. Ejemplo: $x^2 - 5x - 3 = 0$, es una ecuación cuadrática porque la variable $x$ se encuentra elevada al exponente 2.

c) **Cúbicas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada a la 3. Ejemplo: $5x^3 - 4x + 8 = 5$, es una ecuación cubica o de tercer grado.

Para las ecuaciones de grado 4, 5, 6, se denominan de grado superior o se nombran mencionando el grado que posean.

## Desde el punto de vista del número de variables o incógnitas, se clasifican en:

a) **De una sola variable:** Como su nombre lo indica, son aquellas ecuaciones que tienen una sola cantidad desconocida. Ejemplo: $4x^2 + 2 = 0$, es de una sola variable.

b) **De dos o más variables**: Son ecuaciones que cuentan con dos o más términos desconocidos, incógnitas o variables. Ejemplo: $5x + 4y + 2 = 0$, es una ecuación de dos variables.

## Propiedades de las ecuaciones

Las tres propiedades más importantes de la igualdad se resumen en una estructura matemática que se conoce como relación de equivalencia.

**Propiedad Reflexiva:** a = a. Ejemplo: 5 = 5

**Propiedad Simétrica:** Si a=b, entonces b=a Ejemplo: Si x=2, entonces 2=X

**Propiedad Transitiva:** Si a=b, b=c, entonces a=c Ejemplo: Si x=2 y 2=w, entonces x=w

## Pasos para resolver una ecuación

Resolver una ecuación consiste en hallar el valor de la variable o incógnita que satisface la ecuación.

1. Se reducen términos semejantes cuando es posible
2. Se hace transposición de términos. Si está sumando de un miembro a otro se le cambia de signo, es decir, pasa a restar y si está restando pasa a sumar. Cuando está multiplicando pasa a dividir, pero con el mismo signo y si está dividiendo, pasa a multiplicar pero con el mismo signo.

3. Se reducen términos semejantes hasta donde sea posible
4. Se despeja la incógnita dividiendo ambos miembros de la ecuación y se simplifica
5. Se comprueba que la solución obtenida satisface la ecuación ola situación problemática.

Ejemplo: Resolver

$\frac{4x+8}{2} = x - 3$ Lo que divide pasa a multiplicar

$4x + 8 = 2(x - 3)$ Lo que suma pasa a restar

$4x = 2(x - 3) - 8$ Se multiplica lo que está en paréntesis

$4x = 2x - 14$ Se pasa al otro miembro $2x$ a restar

$4x = 2x - 6 - 8$ Se suman los números negativos

$4x - 2x = -14$ El 2 está multiplicando pasa dividir

$2x = 14$ *El 2 que está multiplicando pasa a dividir*

$$x = -\frac{14}{2} \quad \textit{entonces} \quad x = -7$$

## Ecuaciones Lineales o de Primer grado

DEFINICIÓN Una ecuación de primer grado es una expresión que se puede reducir a la forma ax + b = 0, siendo a ≠ 0, donde la incógnita aparece elevada al exponente 1. Tiene una única solución: $x = -\frac{b}{a}$. Existen expresiones que parecen ecuaciones de primer grado y que, sin embargo, no tienen solución o tienen infinitas soluciones:

• 3x – 5 = 3(x + 1) ⇒ 0x = 8 ⇒ No tiene solución.

• 3x – 5 = 3(x – 2) + 1 ⇒ 0x = 0 ⇒ Tiene infinitas soluciones Realmente, estas igualdades no son ecuaciones, pues carecen del término en x. Sin embargo, puesto que antes de simplificar no sabemos en qué van a quedar, las trataremos como ecuaciones.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación lineal: $4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$:

$$4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$$

$$4 + 10x + 10 = -26 + 2x + 2$$

$$10x - 2x = -26 - 14$$

$$8x = -40$$

$$x = \frac{-40}{8}$$

$$x = -5$$

**Resolver cada una de las siguientes ecuaciones.**

a. $3x + 7 = 21$
b. $28 = x - 12$
c. $-42x + 5 = 16$
d. $2 + x + 85 = 175$
e. $2x + 85 = 175$
f. $2y + 19 = 25$
g. $-8m + 7 = 33$
h. $3(x - 9) - 4 = 2x - 7$
i. $3x = 4 + 2x$
j. $12x = x - 8$
k. $11x = 10x - 6$
l. $-5x = 7 + 6x$
m. $9x = 8x - 13$
n. $5 - (2x - 3) = 4(x - 1)$
o. $4 - 2(x - 1) = 3(2 - x) - 10$
p. $x + 2(3x + 1) = (x - 2)$
q. $2(x + 1) - 3(x + 3) = -12$
r. $-12 + 7x = 3x$
s. $4x - 5 - 5x = 8 - 6x - 13$
t. $6n - 2 - 4n + 8 - n = 0$
u. $2y - 7 = 3y - 8$
v. $19x - 15 = 33x + 13$
w. $6 + 3x - 6 = x + 4 - 6$
x. $3x = 4x - 5$
y. $10x - 40 - 8x = -4x + 320$
z. $25y - 120 + 15y = 480 - 10y$

Las ecuaciones con paréntesis, las resolvemos aplicando la propiedad distributiva. Ejemplo:

$$3x - 4(x - 2) = 7 + 5(x + 5)$$

$$3x\ -4x+8\ =7+5x+25$$

$$3x-4x-5x=7+25-8$$

$$-6x=24$$

$$x=\frac{24}{-6}$$

$$x=\ -4$$

**Resolver las siguientes ecuaciones con paréntesis**:

a. $15x-10=6x-(x+2)+(-x+3)$

b. $(5-3x)-(4x+6)=(8x+11)-(3x-6)$

c. $3x-(2x-1)=7x-(3-5x)+(-x+24)$

d. $x-(2x+1)=8-(3x+3)$

e. $3x-5x-(x+3)=8x+(-5x-9)$

f. $x-5-3x-(5x-6-x)=-3$

g. $9x-5x-1-(2+8x-7x+5)+9x=0$

h. $10(x-9)-9(5-6x)=2(4x-1)+5(1+2x)$

i. $2x+5(x+2)=8(x+1)-3$

j. $2y+3(y+4)=5-8y+(6-20y)$

Resolver la siguiente ecuación: $\frac{2}{4x-1}=\frac{3}{4x+1}$

$$\frac{2}{4x-1}=\frac{3}{4x+1}$$

$$2(4x+1)=3(4x-1)$$

$$8x+2=12x-3$$

$$8x - 12x = -3 - 2$$

$$-4x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

**Resolver las siguientes ecuaciones:**

**a.** $\frac{4x-8}{12} = \frac{3+10x}{10}$

**b.** $\frac{9x+3x}{2} = \frac{2x+14}{3}$

**c.** $\frac{6x-4}{5} = \frac{8x+3}{3}$

**d.** $\frac{5x-7}{4} = \frac{7x+4}{5}$

**e.** $\frac{10}{2x+3} = \frac{5}{4x+2}$

## SISTEMAS DE ECUACIONES DOS INCÓGNITAS DOS VARIABLES

## MÉTODO DE IGUALACIÓN

**Para solucionar un sistema de ecuaciones existen varios métodos:**

1. Se despeja la misma variable en ambas ecuaciones.

2. Se igualan las expresiones obtenidas en el paso 1, y se resuelve la ecuación.

3. .Se halla el valor de la variable que falta reemplazando el valor hallada en cualquiera de los despejes del paso uno.

4. Se verifican las soluciones

**1) Ejemplo**

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{Bmatrix} 4X + 3Y = 22 \\ 2X + 5y = 18 \end{Bmatrix}$$

Esto significa, encontrar el punto de intersección entre las rectas dadas, de las cuales se conoce su ecuación.

Despejamos una de las dos variables en las dos ecuaciones, con lo cual tenemos un sistema equivalente (en este caso elegimos y):

Recordamos que al tener dos ecuaciones, si los primeros miembros son iguales los segundos también lo son, por lo tanto, igualando las dos ecuaciones tenemos:

$$\frac{22-4X}{3} = \frac{18-2X}{5}$$

Luego despejamos la variable x:

$$5(22-4X) = 3(18-2X)$$
$$5(22) - 5(4X) = 3(18) - 3(2X)$$
$$110 - 20X = 54 - 6X$$
$$110 - 54 = -6X + 20X$$
$$56 = 14X$$
$$\frac{56}{14} = X$$
$$4 = X$$

$$\frac{22-4X}{3} = \frac{18-2X}{5}$$
$$Y = \frac{18-2X}{5}$$
$$Y = \frac{18-2(4)}{5}$$
$$Y = \frac{18-8}{5}$$
$$Y = \frac{10}{5}$$
$$Y = 2$$

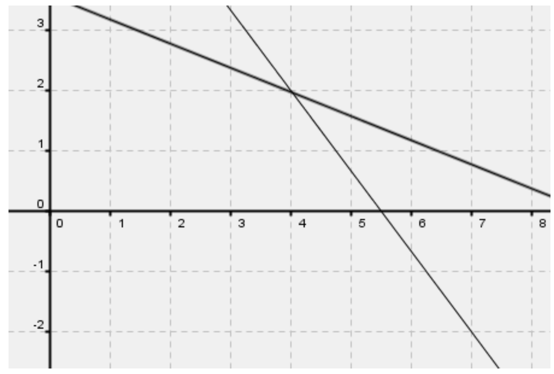
el valor de x obtenido en
Ecuaciones (elegimos la segunda)

Verificamos en ambas ecuaciones, para saber si realmente (x ; y) = (4;2): $y = 2$

$$4(4) + 3(2)[=]22 \qquad 2(4) + 5(2)[=]18$$
$$16 + 6[=]22 \qquad 8 + 10[=]18$$
$$22 = 22 \qquad 18 = 18$$

Ahora sí, podemos asegurar que **x= 4** ***y*** **y = 2**

**DE FORMA GRÁFICA**




Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, (Prepárate para la evaluación Por el método que consideres más sencillo de aplicar).

1) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3y - 2x = 7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ 5x - 6y = 17 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3y - 7x = -9 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 6x + 8y = 20 \\ 5y + 3x = 8 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3y + 2x = 8 \\ 5x + 2y = -2 \end{cases}$

6) $\begin{cases} y + 2x = -1 \\ 3y + 4x = -7 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2y + 3x = -2 \\ 6y - 5x = 78 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 7y - 5x = 18 \\ 3x + 6y = 30 \end{cases}$

Respuestas:

1) X=1, y=3
2) $x=7, y=3$
3) $x=3, y=4$
4) $x=6, y=-2$
5) $x=-2, y=4$
6) $x=2, y=-5$
7) $x=-6, y=8$
8) $x=2, y=4$

## CONTINÚA PRACTICANDO

**Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones**.

**a)** x+y=2; 2x+3y=5. **b)** x+y=1; 3x+2y=3 **c)** 2x+y=5; x+3y=5
**d)** 2x-y=3; 4x+3y=1 **e)** x+y=1; 3x-4y=7 **f)** 5x-y=7; 2x+3y=-4
**g)** 3x-2y=3; x-3y=-6 **h)** 5x-y=9; x-y=1 **i)** 2x-3y=2; x-2y=0

1. En cada una de las siguientes expresiones, despejar la variable x.

a) $\frac{x}{y} = a.b$

b) $\frac{x.y}{a} = b.c.$

c) $a.b - x.y = m$

d) $\frac{a.b}{x} m + n$

e) $\frac{a + 2b}{x - y} = m$

f) $\frac{a.b + x.y}{m.n} \quad z - c$

g) $\frac{2a + b}{x} - y = m$

h) $\frac{x - y}{2b} = \frac{am}{n}$

i) $\frac{2x - 1}{ab} = \frac{1}{3m + s}$

j) $\frac{2x + y}{mz} = \frac{ab}{c}$

k) $\frac{mx - ab}{yz} = n + 1$

## MODELACION

**Resolver los siguientes problemas:**

1. Encuentra dos números cuya suma sea igual a 30, y el doble del primero, más el segundo sea igual al doble de este último.

2. La edad de Carla es el doble que la edad de Macarena. Hace diez años la suma de las edades era igual a la edad que tiene hoy Carla. ¿Cuál es la edad de cada una en la actualidad?

3. Si se divide un ángulo recto en dos ángulos agudos, de modo que uno sea el doble del otro más 3', ¿cuál es la medida de cada uno?

4. Un padre reparte $10.000 entre sus dos hijos. Al mayor le da $2.000 más que al menor. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

5. El perímetro de un rectángulo es 30 cm. El doble de la base tiene 6 cm más que la altura. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

6. Dos estantes contienen en total 40 libros. Al traspasar 5 libros de un estante a otro, resulta que uno queda con el triple del otro. ¿Cuántos libros había originalmente en cada estante?

7. Los boletos para entrar a un parque de diversiones cuestan $2.000 para una sola persona y $3.500 por pareja. Si las ventas totales de un domingo sumaron $353.500 y 128 asistieron durante ese día. ¿cuántos boletos de cada tipo se vendieron?

8. En un taller hay 100 vehículos entre motos y autos, sí el número de ruedas es de 280, cuántos vehículos hay de cada tipo?

9. El perímetro de un salón es 18 metros y cuatro veces la medida del largo equivale a 5 veces la medida del ancho la medida del ancho. Cuáles son las dimensiones del salón?

10. En un corral hay gallinas y conejos. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

11. El perímetro de un rectángulo es 64cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

12. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

13. . José dice a Eva: “Mi colección de discos compactos es mejor que la tuya ya que si te cedo 10 tendríamos la misma cantidad”. Eva le responde: “Reconozco que llevas razón. Solo te faltan 10 para doblarme en número”. ¿Cuántos discos tiene cada uno?

14. ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?

15. . En un corral hay conejos y gallinas. En total hay 58 cabezas y 168 patas. ¿Cuántos conejos y cuantas gallinas hay en el corral?

16. La suma de dos números es 12 y su cociente es 3. Halla estos números

17. Encuentra las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad actual del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendrían la misma edad.

18. La suma de dos números es 45. Si al primero se le suma 5 y al segundo se le resta 5, se obtienen dos números tales que el primero es el doble que el segundo. ¿Cuáles son los números?

19. El valor de una fracción es 1. Si se disminuye el numerador en 3 unidades y se aumenta el denominador en 5 unidades, el nuevo valor es igual a 3. ¿Cuál es la fracción?

20. Encuentra dos números tales que su suma sea 42 y su diferencia 6.

21. Una persona tiene $8.000 en 200 monedas de $10 y de $50. ¿Cuántas monedas de $10 y de $50 tiene?

22. Las ciudades A y B están separadas por 180 km. Simultáneamente sale un auto de cada ciudad en el mismo sentido. El que sale de B lo hace con una velocidad de 60 km[h y el que sale de A, a 90 km/h. ¿Al cabo de cuánto tiempo el auto que sale de A alcanza al que sale de B, y cuántos kilómetros ha recorrido cada uno?

23. La edad de Eliana es 1/5 de la edad de Miguel y hace 5 años, la edad de Eliana era 1/10 de la edad de Miguel. Determinar sus edades actuales.

24. La edad de Adolfo es 15 años menos que el doble de la edad de Teresa y la séptima parte de la edad de Adolfo es 20 años menos que la edad de Teresa. Calcula ambas edades.

25. Hace 4 años la edad de Ximena era 8 veces la edad de Matías. En cuatro años más la edad de Ximena será 4 veces la de Matías. ¿Cuál es la edad de cada uno?

26. El largo de una piscina rectangular es 3 veces su ancho. Si su perímetro es de 32 m., ¿cuáles son sus dimensiones?

27. La edad de un hijo es 1/4 de la edad de su padre. En 7 años más la edad del hijo será 4/9 la del padre. Encuentra las edades actuales de ambos.

28. Un niño tiene 2 años menos que el cuádruplo de la edad de su perro. Si la diferencia entre sus edades es 4 años. Encuentra la edad de ambos.

**29..**

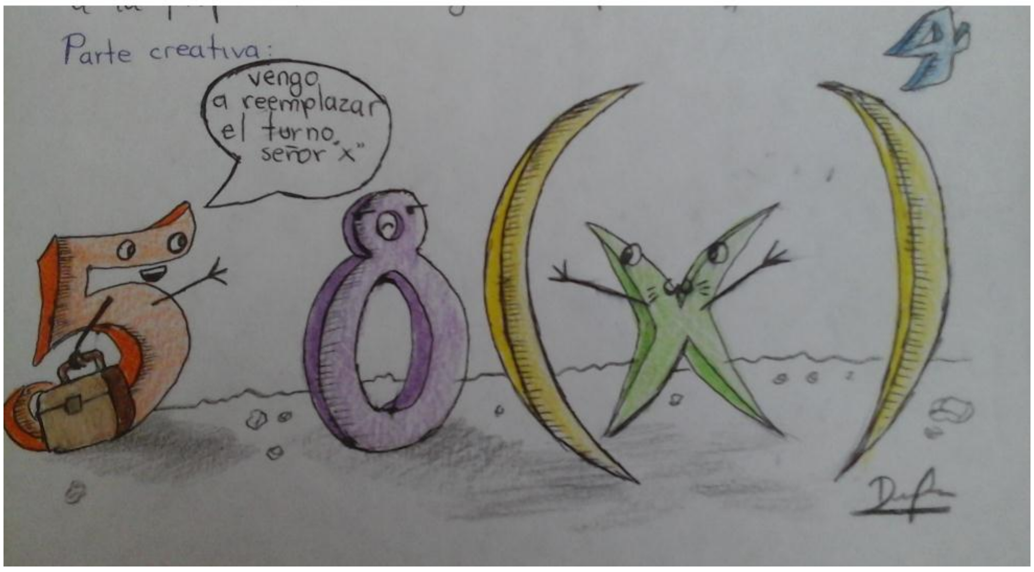
La siguiente es una tabla que ilustra las tarifas de dos parques de diversiones

| Nombre del parque | Parque Locura | Parque Impacto |
|---|---|---|
| Valor de la entrada por persona | $2 000 | $1 400 |
| Valor de la boleta para cada atracción | $300 | $500 |

En la expresión $1\,400 + 500x$, la x representa

A. el número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Locura
B. el número de personas que entraron al parque Locura
C. el número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Impacto
D. el número de personas que entraron al parque Impacto

## VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO




**El valor numérico significa que letra o FACTOR LITERAL se le asigna un determinado valor numérico.**

**PASOS PARA RESOLVER UN VALOR NUMÉRICO:**

1. Sustituir las letras por los números correspondientes
2. Elevar a las potencias
3. Resolver las multiplicaciones
4. Sumar y restar

Ejemplo

Tenemos las expresión algebraica :

$$2x^3 + 2x + 1,$$

El primer paso consiste en cambiar la x por su valor, en este caso x=3

$$2(3)^3 + 2(3) + 1$$

El segundo paso es resolver la potencias

$$2(27) + 2(3) + 1,$$

El tercer paso es realizar las multiplicaciones

$$54 + 6 + 1$$,

Finalmente sumamos y obtenemos el valor numérico, que en este caso es 61

Me gustan los polinomios, pero solo hasta cierto grado.

Veamos ahora un ejemplo con números racionales: Si **a =** $\frac{2}{3}$ y **b =** $\frac{1}{2}$**,** evaluemos la expresión:

**3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =**

**3**$\bullet\frac{2}{3}$ **- 2**$\bullet\frac{1}{2}$ **- 5**$\bullet\frac{2}{3}$ **+ 4**$\bullet\frac{1}{2}$ **- 6**$\bullet\frac{2}{3}$ **+ 3**$\bullet\frac{1}{2}$ **=**

**2 - 1 -** $\frac{10}{3}$ **+ 2 - 4 +** $\frac{3}{2}$ **=**

$\frac{-17}{6} = -2\frac{5}{6}$

**Recuerda que al elevar un número si la potencia es un número par el resultado es positivo y si la potencia es impar el resultado es el signo de la base.**

$(-3)^2 = 9$

$(-3)^3 = -27$

**Ahora te toca a ti:**

Si **a =** $\frac{1}{2}$ **; b =** $\frac{-1}{4}$ **; c =** $\frac{2}{3}$

**Ahora si a = -2 ; b = 4 ; c = -1**

| | |
|---|---|
| **1**. 12a - 8a + 10a + 3a - 18a + 5a = | |
| **2**. 7ª - 8c + 4b + 6c - 4b + 3a = | |

**3.**
**Completa la siguiente tabla:**

| $x, y$ | $7x - 5y$ | $x + 3y$ | $3y - 2xy + 8$ |
|---|---|---|---|
| $x = 0, y = 1$ | | | |
| $x = -1, y = 1$ | | | |
| $x = -1, y = -1$ | | | |
| $x = 2, y = -1$ | | | |
| $x = -2, y = 0$ | | | |
| $x = 4, y = -2$ | | | |
| $x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{3}$ | | | |
| $x = 2, y = -\frac{1}{2}$ | | | |

**<u>APLICACIONES DEL VALOR NUMÉRICO</u>** El valor numérico se aplica en muchas situaciones por ejemplo al utilizar una fórmula para hallar el perímetro o un área determinada ejemplo:

- Hallar el área del cuadrado cuya base es 3 y altura 2 y su fórmula es b. h
- El área de un círculo es $\pi r^2$ y el radio es 4
- Completa la siguiente tabla

$p(x) = x^2 + 3x - 1$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1,5 |
| P(x) | | | | | | | |

- Se sabe que la relación entre las escala de grados centígrados C y la de grados Fahrenheit F viene dada para por las fórmulas (1) y (2)

**(1)** $F = \frac{9}{5}C + 32$

**(2)** $C = \frac{5F - 160}{9}$

- Si una señora esta cocinando una torta a en el horno a temperatura 350ºC, entonces las temperatura del horno en grados F es.

  Completa la siguiente escala de conversión

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **ºC** | **0** | **45** | **90** | **200** |
| **F** | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **F** | **0** | **180** | **350** | **500** | **1000** |
| **ºC** | | | | | |

**En 1984 los soviéticos perforaron el pozo más profundo del mundo y encontraron que la temperatura a x kilómetros de profundidad de la tierra estaba dada por la ecuación**

$T = 30 + 25(x - 3)$ , donde x es la temperatura en grados centígrados. Completa la tabla

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Temperatura x** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **Profundidad T** | | | | | | | | |

**Encuentra el valor numérico de las siguientes fórmulas, aplicando en cada caso solo los valores asignados para las variables respectivas.**

a) $d = v_i \cdot t + \frac{at^2}{2}$ ; si $v_i$ = 8 m/seg , t = 4 seg , a = 3 m/seg$^2$ (d : distancia que recorre un móvil)

b) $E_p$ = m·g·h ; si m = 0,8 hg , h = 15 m , g = 9,8 m/seg$^2$ ($E_p$: energía potencial)

**6. Reduce los términos semejantes en cada una de las expresiones siguientes:**

1. $m + 2m$
2. $a + 2a + 9a$
3. $m^2 - 2m^2 - 7m^2$
4. $6x^2y^2 - 12x^2y^2 + x^2y^2$
5. $3a - 2b - 5b + 9a$
6. $a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2$
7. $x^2yz + 3xy^2z - 2xyz^2 - 3xy^2z + xyz^2 - x^2yz$
8. $2pq + 3p - 12q - 15q + 7pq - 13p$
9. $2x - 6y - 2x - 3y - 5y$
10. $15a + 13a - 12b - 11a - 4b - b$
11. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4}$
12. $\frac{a^2b}{5} - \frac{2ab^2}{3} + \frac{3ab^2}{2} - \frac{6a^2b}{5}$
13. $m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4}$
14. $\frac{3a-b}{2} + \frac{3a-b}{5}$
15. $2p + \frac{3}{4}q - 7p + \frac{3}{2}q$
16. $a + a^2 + a^3 + a^4 - a - 2a^2 + 3a^3 - 4a^4$
17. $0{,}2\,m - 0{,}02n + 1{,}07m - 1{,}03n - m - n$
18. $0{,}5x^2y - 0{,}4xy^2 + 0{,}3x^2y - 0{,}2xy^2 + x^2y$
19. $1{,}17a - 2{,}15a - 3{,}25a + 4{,}141a$
20. $1 + x + xy - 2 + 2x - 3xy - 3 + 2xy - 3x$
21. $\frac{1}{5}m^2n - \frac{2}{3}mn - \frac{3}{2}m^2n + \frac{3}{10}m^2n - \frac{8}{3}mn$
22. $\frac{27}{4}p - \frac{35}{6}q + \frac{1}{4}p - \frac{1}{6}q$
23. $u^2 + uv + v^2 - 2u^2 + 3uv - v^2$
24. $\frac{11}{3}s - \frac{3}{4}t + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3}s - \frac{5}{3}s + t + \frac{1}{4}t$

**Coloca a prueba tu lógica matemática**

**Las bolsas de Monedas**

La semana pasada entro un no- ladrón bromista al banco de la ciudad. No ladrón por qué no robó, sino porqué dejo una bolsa de monedas. Bromista, porqué esa bolsa de monedas era idéntica a otras seis que había en el banco, pero la única diferencia era que eran falsas y pesaban un gramo menos que las verdaderas, las cuales tenían un peso de 10 gramos cada una.

Como la única diferencia que había entre las verdaderas y las falsas era el peso, a los empleados del banco no les quedaba otra alternativa que pesarlas, pero como esa no era una práctica habitual en el banco, el único instrumento de medición era una vieja balanza de platillos. Tan vieja que todos estaban seguros de que sólo soportaría una pesada. Debían encontrar la bolsa de monedas falsas con una sola pesada y antes de la hora de la apertura del banco.
¿Cómo podrán hacer?

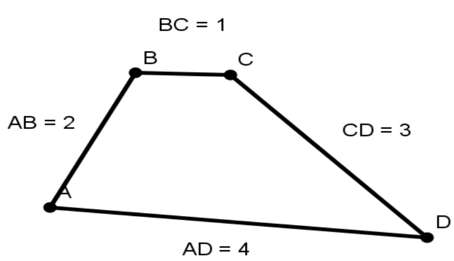
**¿Quién es quién en esta familia?**

a) ¿Quién es el hermano de mi hermano que no es mi hermano?

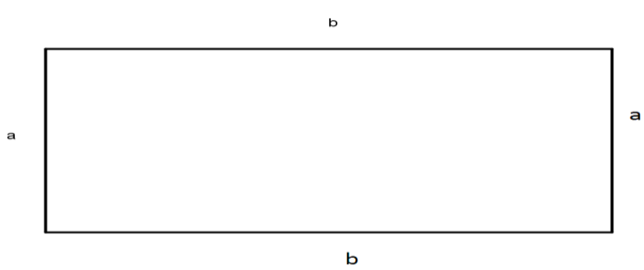
b) Yo tengo un tío y mi tío, un hermano que no es mi tío .¿Como es posible?

c) Mi Tía Mónica es la hermana de mi madre. Silvia es la hermana de mi tía, pero no es mi tía. ¿Quién es?

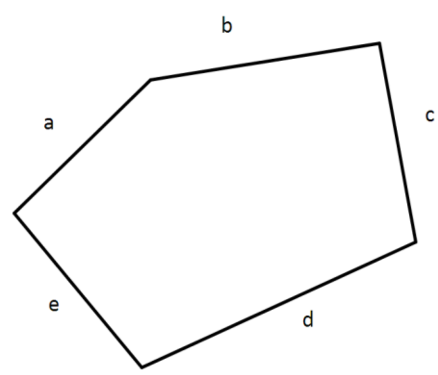
**Geometría** El perímetro de una figura geométrica plana se halla realizando la suma de las medidas de todos sus Lados.
Encontrar el perímetro de cada una de las siguientes figuras geométricas planas.




P = 2 + 4 + 3 + 1 = 10 cm es decir, perímetro es la suma de todos sus lados



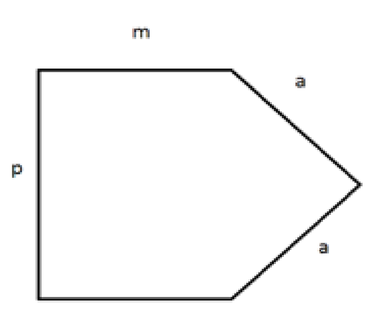

P = a + b + a + b, es decir, P = 2a + 2b




**P = a +b+c+d**

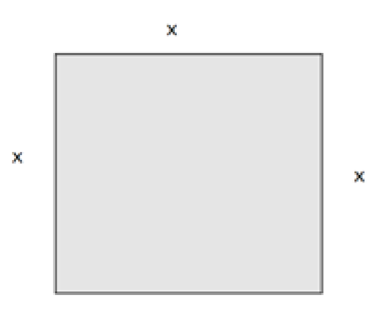
Ahora tú determinarás el perímetro de cada figura:

4.



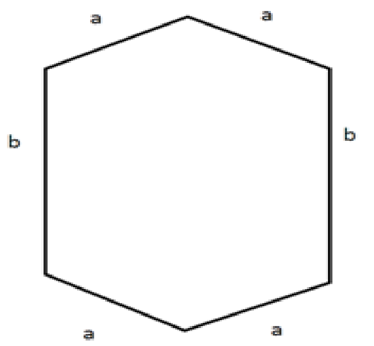

P=________

5.



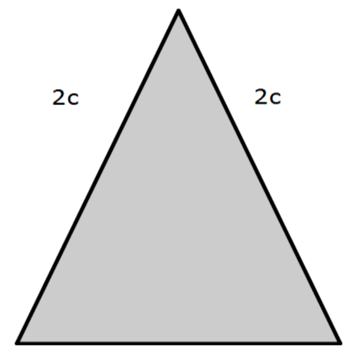

P=________

6.



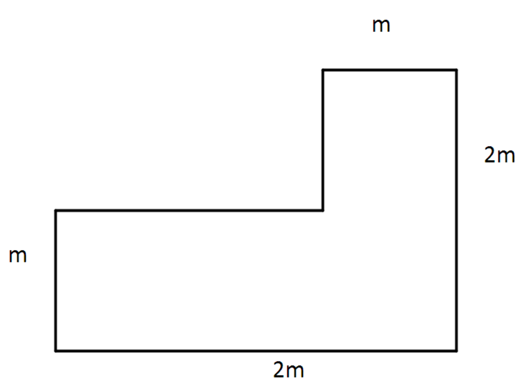

P=__________

7



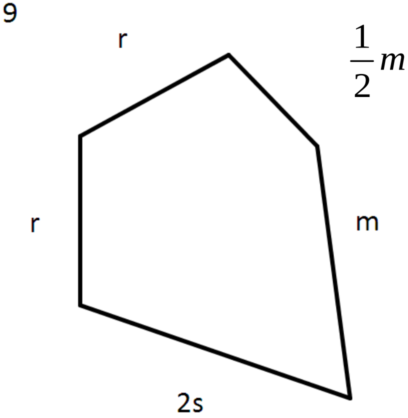

P=______________________

8.



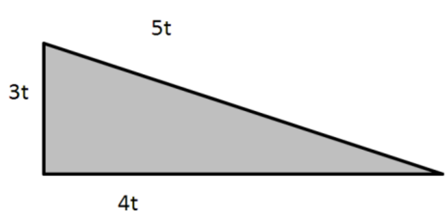

P=______________________

9

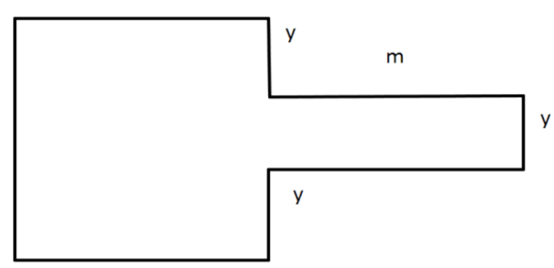



P=______________

10



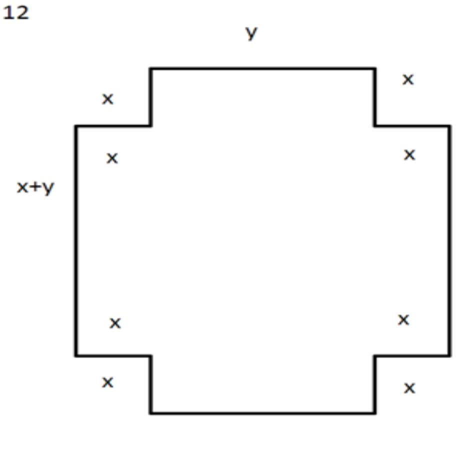

P=______________________




P=______________________

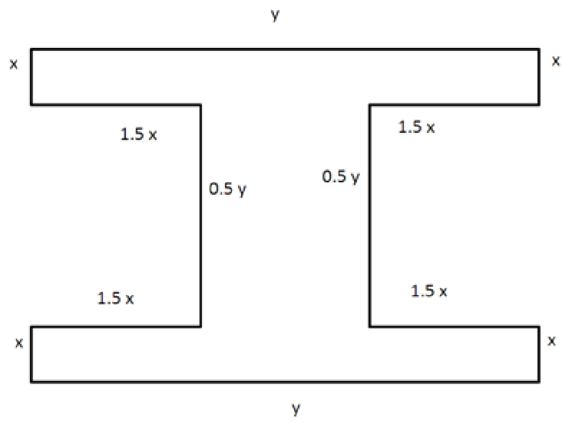
Encuentra el polinomio que representa el perímetro de cada figura (todos sus ángulos son rectos):

12




P=______________

13




P=______________________

**Suma de polinomios**
Para sumar dos o más polinomios se reducen los términos semejantes.
Por ejemplo, para sumar $x^2 + 3x - 1$ con $-7x^2 + 5x - 1$

se realiza $(x^2 + 3x - 1) + (-7x^2 + 5x - 1) = x^2 + 3x - 1 - 7x^2 + 5x - 1$

$= (1 - 7)x^2 + (3 + 5)x - 1 - 1$

$= -6x^2 + 8x - 2$

**Resta de polinomios**

La resta de polinomios se realiza sumando el minuendo con el polinomio opuesto del sustraendo. Por ejemplo, en la operación: *4x2 - 7x* + 1 restar *-5x2* + *9x* - 7, el primer polinomio es el minuendo y el segundo el sustraendo. Por lo tanto, se escribe:

$(4x^2 - 7x + 1) - (-5x^2 + 9x - 7)$

$= 4x^2 - 7x + 1 + 5x^2 - 9x + 7 = (4 + 5)x^2 + (-7 - 9)x + (1 + 7)$

$= 9x^2 - 16x + 8$

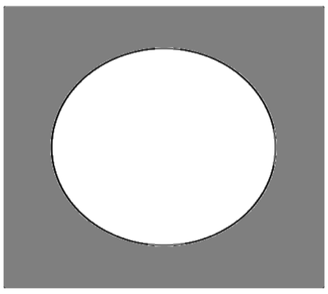
## <u>ELIMINACIÓN DE PARÉNTESIS</u>

Para resolver paréntesis se debe seguir por las siguientes reglas:

a) si el paréntesis está precedido por signo positivo, se consideran los términos por sus respectivos signos,
b) si el paréntesis está precedido por signo negativo, **debes Sumar su opuesto, es decir, cambiar el signo de los términos que están dentro del paréntesis que vas a eliminar.**

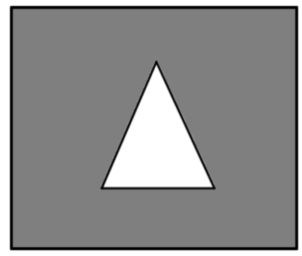
| | |
|---|---|
| 1. $(a+b)+(a-b)$ | 8. $-(a+b-c)-(-a-b+c)+(a-b+c)$ |
| 2. $(a+b)+(b-a)$ | 9. $[-(x^2-y^2)+2x^2-3y^2-(x^2-2x^2-3y^2)]$ |
| 3. $(a-b)+(a+b)$ | 10. $-[-(a-2b)-(a+2b)-(-a-3b)]$ |
| 4. $(a-b)-(a+b)$ | 11. $3x+2y-\{2x-[3x-(2y-3x)-2x]-y\}$ |
| 5. $2a-(2a-3b)-b$ | 12. $3y-2z-3x-\{x-[y-(z-x)]-2x\}$ |
| 6. $3x+2y-[x-(x-y)]$ | 13. $\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b-\left(\frac{3}{4}a-\frac{4}{3}b\right)$ |
| 7. $2m-3n-[-2m+n-(m-n)]$ | 14. $\frac{1}{5}a-\left[\frac{1}{2}a-\left(\frac{2}{3}a-a\right)\right]$ |

**Encontrar el área de la figura sombreada**



Área del cuadrado $14x^2y^2$

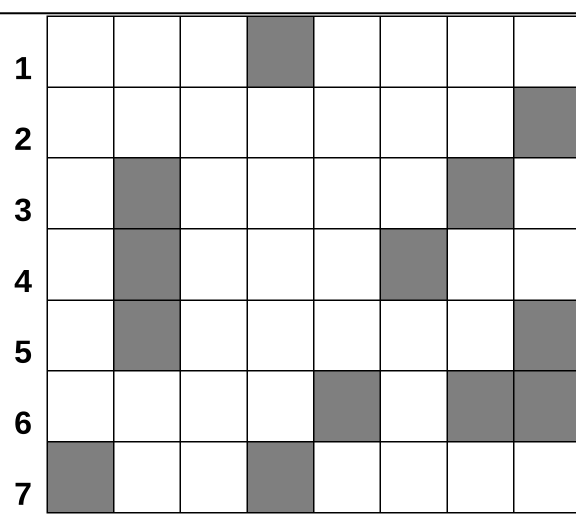
Área del círculo $7{,}96x^2y^2$



Área del rectángulo: $9z^4y^2$
Área del triangulo: $\frac{7}{3}z^4y^2$

1. Plantea tres ejercicios sobre los temas vistos y los resuelves

2. **Expresa tus pensamientos**



**Horizontales**

**1.** $\left(9x^2-6\right)+\left(-8x^2-1\right);(8x+4)-(4x+3)$

**2.** $(x^3+6x-2)-(2x^3+8x-5)$

**3.** $(x+4x^2+x^3)-(-4x+5x^2+x^3)$

**4.** $(3x^2+6x+16)-(-2x^2+6x+8);$
$(8x^2+4)-(8x^2-4x+4)$

**5.** $(-9x^3+2x^2-4x)+(5x^3-2x^2+3x)$

**6.** $(10+x-5x^2)-(6+x-3x^2)$

**7.** $(9x^4-x^3)-(6x^4-x^3)$;
$(3x^2+4x-2)+(2x^2-4x+8)$

**Verticales**

1. $(3x^2+6x-8)-(2x^2+14x-12)$
2. $-(4x^3+2x^2)+(3x^3-2x^2)$;
   $(7x-10)+(-7x+7)$
3. $(7+4x+6x^2-x^3)-(4x+11x^2-x^3+2x^4)$
4. $(9x+5x^2)-(7x+x^2)$
5. $(12x+5x^2-6x^3)-(8x+5x^2+2x^3)$
6. $(13x+15x^2)+(-12x-14x^2)$;
   $(-6x^2+5x+1)+(2x^2-5x-1)$
7. $(3x^2+6x)-(3x^2+2x)$
8. $(9x^2-5x)+(8x-9x^2)$

**Propiedades de la potenciación**

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

3) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, donde $a \neq 0$

4) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, donde $b \neq 0$

5) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

6) $1 = \dfrac{a^1}{a^1} = a^{1-1} = a^0$

7) $a^1 = a$

8) $\left|\dfrac{a}{b}\right|^{-n} = \left|\dfrac{b}{a}\right|^n$

**Multiplicación de Monomios:**

Primero se multiplican los signos, luego los coeficientes y finalmente aplicas las propiedad de la multiplicación de potencias de igual base.

Ejemplo:

$$2x^2.(-4\mathrm{x}^6\,y) = -8x^8y$$

**Multiplicación de polinomios**

Se ordenan los polinomios respecto a la misma variable en forma ascendente o descendente.
Se halla el producto de cada término del multiplicador por cada uno de los términos del multiplicando, teniendo en cuenta la ley de signos.

Se reducen los términos semejantes si los hay.

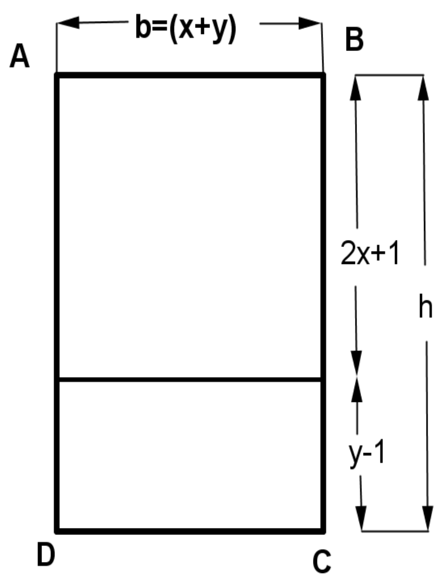
Solución

$$(a^2-4)(a^2+3)=a^4+3a^2-4a^2-12=a^4-a^2-12$$

**Multiplicar** $((a^2-4)(a^2+3)$

$(a^2-4)(a^2+3)=a^4+3a^2-4a^2-12=a^4-a^2-12$

La figura muestra un rectángulo dividido en dos rectángulos. Las medidas de algunos de sus lados se han escrito en forma en forma de expresiones algebraicas.
Sabiendo que el área de un rectángulo es de A=b.h:




a) Calcular el área en términos de **x** *y* de **y**
b) Si x= 3u, y=2u,¿Cuál es su área?

**Solución:**

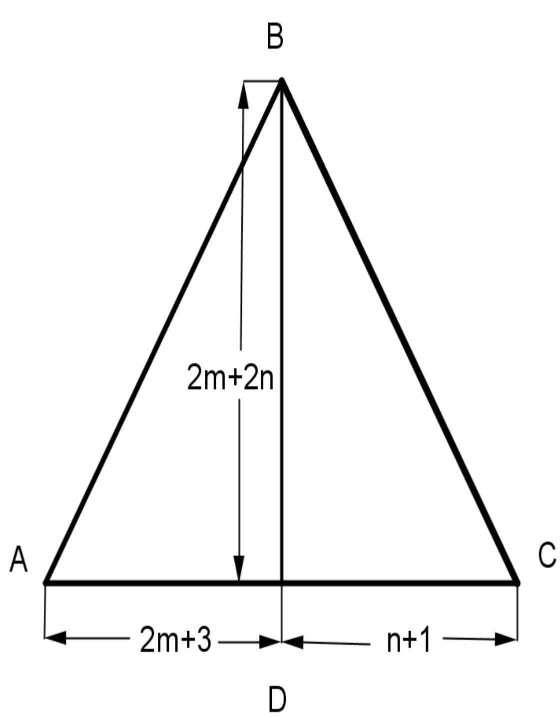
$h=(2x+1)+(y-1)$
$h=2x+1+y-1$
$h=2x+y$

$A=b.h$
$A=(x+y)(2x+y)$
$A=2x^2+xy+2xy+y^2$
$A=2x^2+3xy+y^2$

$x=3u$
$y=2u$

$A=2(3u)^2+3(3u)(2u)+(2u)^2$
$A=2(9u^2)+18u^2+4u^2$
$A=18u^2+18u^2+4u^2$
$A=40u^2$

Sabiendo que el área del triangulo es de $A=\dfrac{b.h}{2}$, calcular el área de la figura y expresarla en términos de m y n




**Solución:**

$b=(2m+3)+(n+1)$
$b=2m+3+n+1$
$b=2m+n+4$

$A=\dfrac{b.h}{2}$

$$A=\frac{(2m+n+4)(2m+2n)}{2}$$

$$A=\frac{4m^2+4mn+2mn+2n^2+8m+8n}{2}$$

$$A=\frac{4m^2+6mn+2n^2+8m+8n}{2}$$

$$A=\frac{4m^2}{2}+\frac{8m}{2}+\frac{6mn}{2}+\frac{8n}{2}+\frac{2n^2}{2}$$

$$A=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}m^2}{\cancel{2}}+\frac{\overset{4}{\cancel{8}}m}{\cancel{2}}+\frac{\overset{3}{\cancel{6}}mn}{\cancel{2}}+\frac{\overset{4}{\cancel{8}}n}{\cancel{2}}+\frac{\overset{1}{\cancel{2}}n^2}{\cancel{2}} \quad A=2m^2+4m+3mn+4n+n^2$$

**Practica**

| | |
|---|---|
| a) $2x^7\cdot\frac{1}{3}x^2=$ | b) $\frac{-2}{3}x^4\cdot 3x^7=$ |
| c) $3z^2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)=$ | d) $2y^5\cdot\left(\frac{-3}{4}y\right)\cdot\frac{6}{5}y^4=$ |
| e) $\frac{-3}{2}a\cdot\frac{4}{5}a^2=$ | f) $x\cdot 3x^4\cdot\frac{1}{2}x^7=$ |

**1. Resuelve las siguientes operaciones:**

| | |
|---|---|
| a) $3x^2\cdot 5x^2=$ | b) $6x^5\cdot 4x^5=$ |
| c) $x^3\cdot x^2=$ | d) $4x^4\cdot 6x^7=$ |
| e) $7x^5\cdot 5x^3=$ | f) $(-3)x^5\cdot 6x^7=$ |
| g) $9\cdot 7x^4=$ | h) $(-11)x^3\cdot(-2)x^3=$ |
| i) $(-5)x^4\cdot(-6)x^4=$ | j) $4x^3\cdot(-12)x^5=$ |
| k) $(-6)x^3\cdot 7x^2=$ | l) $\frac{2}{5}x^5\cdot\frac{5}{3}x^7=$ |

| | |
|---|---|
| m) $\frac{5}{6}x^3 \cdot \frac{1}{3}x^5 =$ | n) $\frac{4}{11}x^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)x^6 =$ |

**Resuelve los siguientes productos:**

1) (x + 1)(x + 2) =
2) (x + 2)(x + 4) =
3) (x + 5)(x – 2) =
4) (m – 6)(m – 5) =
5) (x + 7)(x – 3) =
6) (x + 2)(x – 1) =
7) (x – 3)(x – 1) =
8) (x – 5)(x + 4) =
9) (a – 11)(a + 10) =
10) (n – 19)(n + 10) =
11) $(a^2 + 5)(a^2 - 9) =$
12) $(x^2 - 1)(x^2 - 7) =$
13) $(xy^2 - 9)(xy^2 + 12) =$
14) $(a^2b^2 - 1)(a^2b^2 + 7) =$
15) $(x^3y^3 - 6)(x^3y^3 + 8) =$
16) $(a^x - 3)(a^x + 8) =$
17) $(a^{x+1} - 6)(a^{x+1} - 5) =$

**División de un polinomio entre un monomio**

Para dividir un polinomio entre un monomio, se divide cada uno de los términos del polinomio entre el monomio respectivo y se tienen en cuenta las leyes para la división de monomios. Ejemplos

1. $$\frac{8x^5 - 12x^3 - 16x^2}{4x^2} = \frac{8x^5}{4x^2} - \frac{12x^3}{4x^2} - \frac{16x^2}{4x^2} = 2x^3 - 3x - 4$$

2. $$\frac{9x^2y^3 - 18x^2y^5 + 6xy^7}{-3xy} = \frac{9x^3y^4}{(-3xy)} - \frac{18x^2y^5}{(-3xy)} + \frac{6xy^7}{(-3xy)} = -3x^2y^3 + 6xy^4 - 2y^6$$

3. $$\frac{10x^{3a} - 15x^{2a} + 20x^{2a-1}}{5x^a} = \frac{10x^{3a}}{5x^a} - \frac{15x^{2a}}{5x^a} + \frac{20x^{2a-1}}{5x^a} = 2x^{2a} - 3x^a + 4x^{a-1}$$

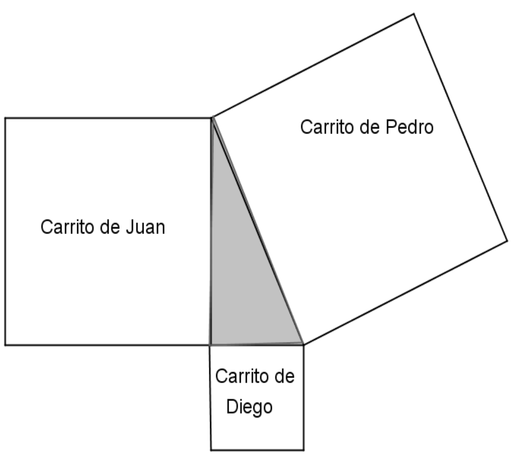
**EJERCITACIÓN**

**Realizar las siguientes divisiones:**

1. $(21X^3 + 14X^2) \div 7X$
2. $(5mn^3 - 10mn) \div 5mn$
3. $(m^2 - mn) \div mn$
4. $(3a^2b^3 - 5m^2a^4) \div -3a^2$
5. $(6m^8n^8 - 3m^6n^6 - m^2n^3) \div 3m^2n^3$
6. $(x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 15x) \div 5x$
7. $(a^m + a^{m-1}) \div a^2$
8. $(2m^x - 3m^{x+2} - 6m^{x+4}) \div 3m^3$
9. $\left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{2a}{3}\right) \div \frac{2a}{3}$
10. $\left(\frac{m^3}{3} - \frac{3}{5}m^2 + \frac{m}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

## ERCICIOS DE PROFUNDIZACIÓN

### APLICANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS RESUELVE




1. Pedro, Juan y Diego se fabricaron carritos, con tablitas que les había regalado un amigo suyo. El piso del carrito de Pedro tenía una superficie de 169 $Cms^2$, el de Juan de 144 $Cms^2$, y el de Diego de 25 $Cms^2$.

Anduvieron felices por el parque, esquivando niños. El resultado fue un choque simultáneo de tres bonitos carritos, que quedaron como ves en el esquema. La parte gris es el pasto que se salvó del choque.¿ Cual es la superficie del pasto que se salvo?

**2.** Mauricio tiene que llegar hasta la ventana de su amada, que está a una altura de 10 metros del suelo, tuvo la suerte de conseguir una escalera que mide 10 metros. El foso de cocodrilos que rodea el castillo mide 6 metros de ancho, por lo que no podrá acercar más que eso la base de la escalera. ¿Podrá llegar Mauricio a la ventana de su amada Ana?

**3**. El edificio Coltejer proyecta a las tres de la tarde una sombra de 55 metros de largo y que, si se mide la distancia entre la punta más larga del edificio y el punto donde termina su sombra, hay 305 metros, ¿qué altura tiene el edificio?

- «Las matemáticas pueden ser definidas como aquel tema en el cual ni sabemos nunca lo que decimos ni si lo que decimos es verdadero». Bertrán Russell

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |
| | | | | |
| guarismo y algoritmo, provienen del nombre de este ilustre matemático. | Daría todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro. | La experiencia del mundo no consiste en el número de cosas que se han visto, sino en el número de cosas sobre las que se ha reflexionado con fruto. | "Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar." | Si hubiera esperado que otra gente hiciera mis herramientas y mis cosas, nunca hubiera hecho nada. |
| **Abu Abdallah Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi** | **Rene Descartes** | **Gottfried Leibniz** | **Hipatia** | |

YO AMO DE LAS MATEMÁTICAS

«Las matemáticas poseen no sólo la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de una escultura».

## CUADRADO DE UN BINOMIO

1. Completa la siguiente tabla:

| a | b | a+b | $(a + b)^2$ | $a^2$ | $2 \cdot a \cdot b$ | $b^2$ | $a^2 + b^2$ | $a^2 + 2ab + b^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | | | | | | | |
| 6 | 4 | | | | | | | |
| 2 | 5 | | | | | | | |
| 4 | 2 | | | | | | | |

2. Observando los resultados de la tabla verificamos que la expresión algebraica equivalente a **$(a + b)^2$** es

_____________________

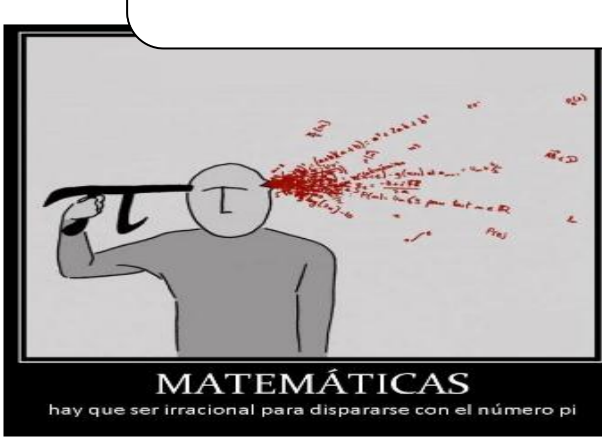
3. Construye ahora la siguiente tabla:

| a | b | a-b | $(a - b)^2$ | $a^2$ | $2 \cdot a \cdot b$ | $b^2$ | $a^2 - b^2$ | $a^2 - 2ab + b^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | | | | | | | |
| 4 | 1 | | | | | | | |
| 2 | 4 | | | | | | | |
| 1 | 3 | | | | | | | |

4. Observando los resultados de la tabla verificamos que la expresión algebraica equivalente a **$(a - b)^2$** es

____________________

ESCRIBE TUS CONCLUSIONES SOBRE LOS CUADROS QUE COMPLETASTE



$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

1 2
término

El doble de ...

Completa la siguiente oración:

Entonces la suma de un binomio al cuadrado ***(a+b)²*** es igual a:

El cuadrado del __________ término más el _________ del producto del __________término por el __________ más el ___________ del ____________ término.

El proceso de desarrollo del binomio es válido para cualquier suma de dos cantidades al cuadrado.
Veamos un ejemplo numérico: si le damos un valor a $a=2$ $b=3$
Si resolvemos la expresión: $(2+3)^2$ aplicando el procedimiento anterior obtenemos:

$$2^2 + 2\bullet(2)\bullet(3) + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$$

**Nota:** En el álgebra para estos productos trabajamos con términos no semejantes. Por lo cual no podemos realizar sumas directas como en el contexto numérico

Para demostrar que este resultado es correcto, resolvamos la anterior expresión sumando primero los dos números que están entre paréntesis y luego aplicando el cuadrado a dicha suma.

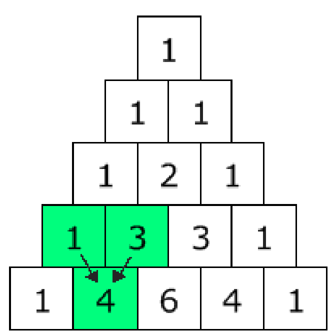
**<u>EL TRIÁNGULO DE PASCAI “</u>** *El triángulo del amor”*

Una de las pautas de números más interesantes el es triángulo de Pascal (llamado así en honor de *Blaise Pascal*, un famoso matemático y filósofo francés).

Para construir el triángulo, empieza con "1" arriba, y pon números debajo formando un triángulo.

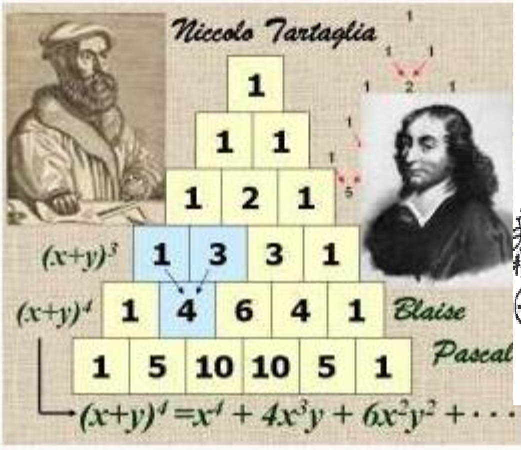
Cada número es la suma de los dos números que tiene encima, menos los extremos, que son siempre "1".

(Aquí está remarcado que **1+3 = 4**)

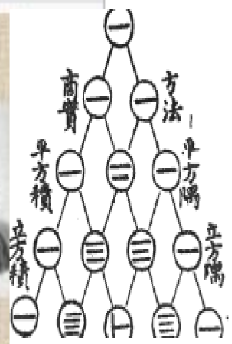



**Continua costruyendo tu triángulo**

**Triangulo de Pascal**



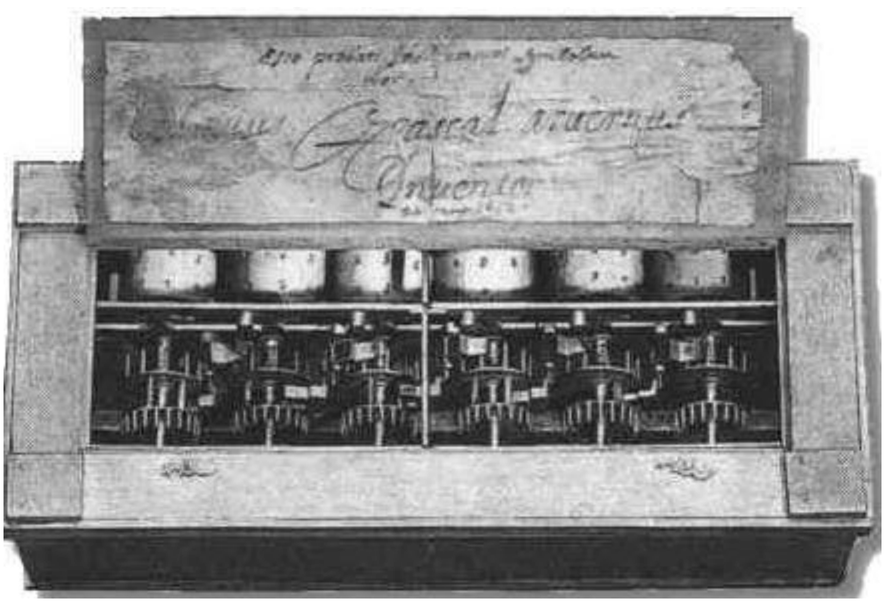

**Concepto:** Construcción matemática en forma de triángulo donde cada fila se construye a partir de los valores presentes en la anterior.



## Los chinos ya lo conocían

Este dibujo se titula "El antiguo gráfico del método de los siete cuadrados multiplicadores".

Esto es de la portada del libro de Chu Shi-Chieh "*Ssu Yuan Yü Chien" (Espejo precioso de los cuatro elementos)*, escrito en **1303** (¡hace más de 700 años!), y en el libro se dice que el triángulo ya era conocido más de dos siglos antes.

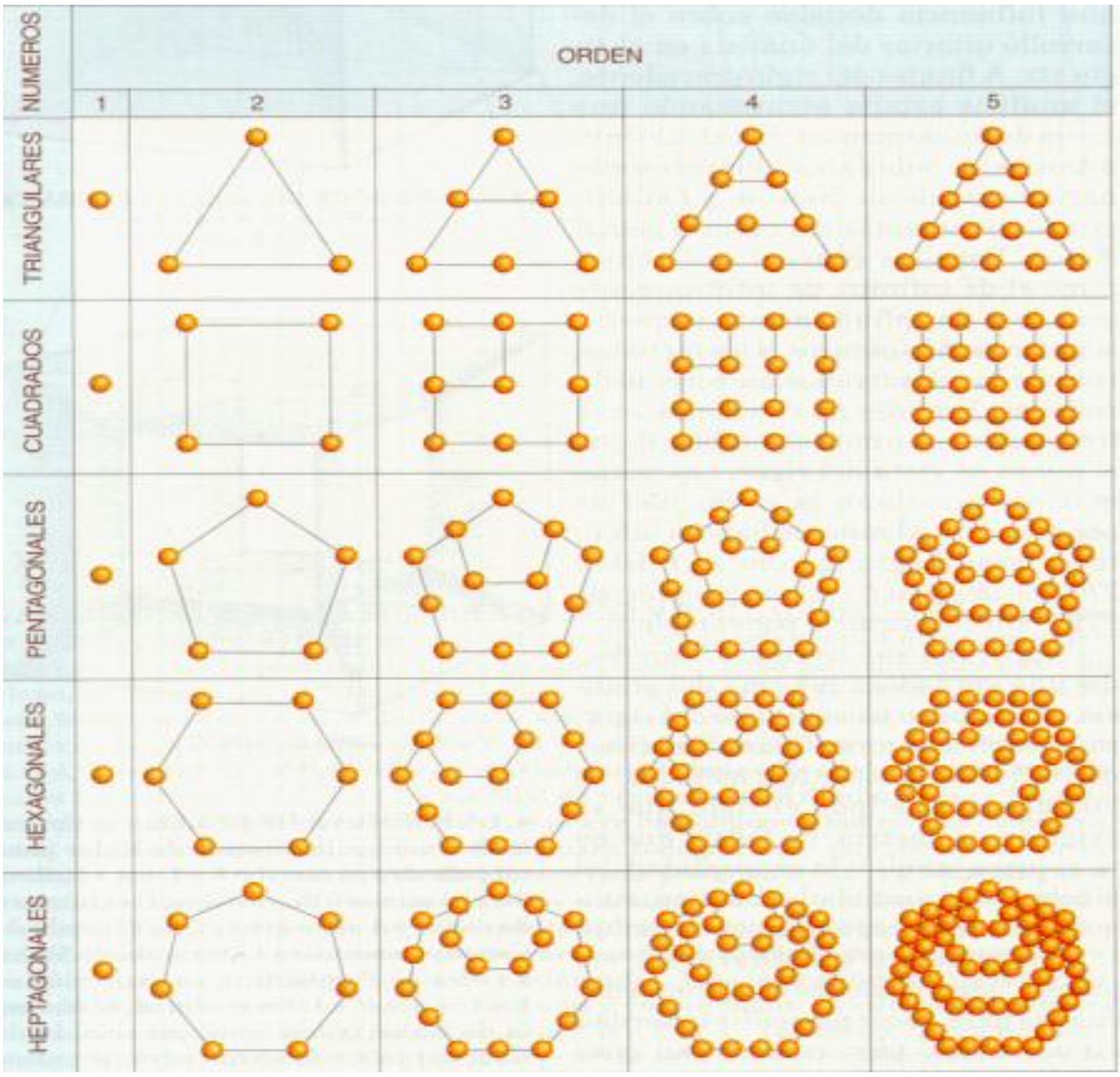


Conoce mas datos curiosos y aplicaciones del Triángulo en la pagina web: **http://www.disfrutalasmatematicas.com/triangulo-pascal.html**

La Pascalina es una de las primeras calculadoras mecánicas, que **funcionaba a base de ruedas y engranajes**. Fue **inventada por Blaise Pascal en 1645,** tras tres años de trabajo sobre la misma. Se fabricaron varias versiones y Pascal en persona construyó al menos cincuenta ejemplares.

**El primer uso de la Pascalina fue en la Hacienda francesa,** debido a que Pascal diseñó la Pascalina para ayudar a su padre, que era contador en dicha entidad. Debido a ello la Pascalina estaba destinada básicamente a solucionar problemas de aritmética comercial.

En 1670 el filósofo y matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz perfeccionó




Construye un triángulo de Pascal y encuentra en el:

a) Los números  triangulares
b) Los números pentagonales
c) La serie de Fibonacci
d) Consulta otras curiosidades del triángulo

**Utilizando el triángulo de Pascal, encuentra las cinco primeras potencias de los siguientes binomios.**

1. (x + 5)

2. (x - 7)

3. (a + 1)

4. (m + 21)

5. (x - 2)

6.(x - 1)

7. (p + 5q)

8. (x - 3y)

9. (2x + 6)

10. (3x - 5)

**Determina el área del cuadrado cuyo lado mide:**

a) x + 12

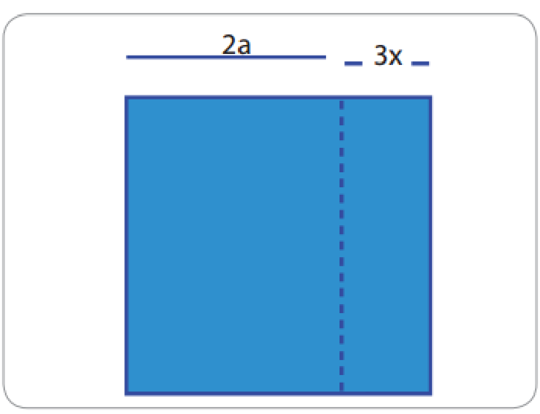
b) 2x - 1

c) 0,3x + 2

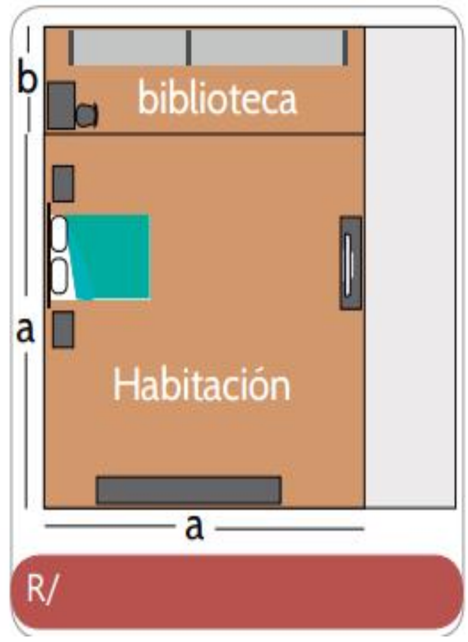
d) $\frac{2}{5}x + y$

**APLICACIONES DE LOS PRODUCTOS NOTABLES**

**Halla la expresión algebraica final que representa el área del siguiente cuadrado.**




R/



Expresa con un dibujo, como sería tu cuarto ideal

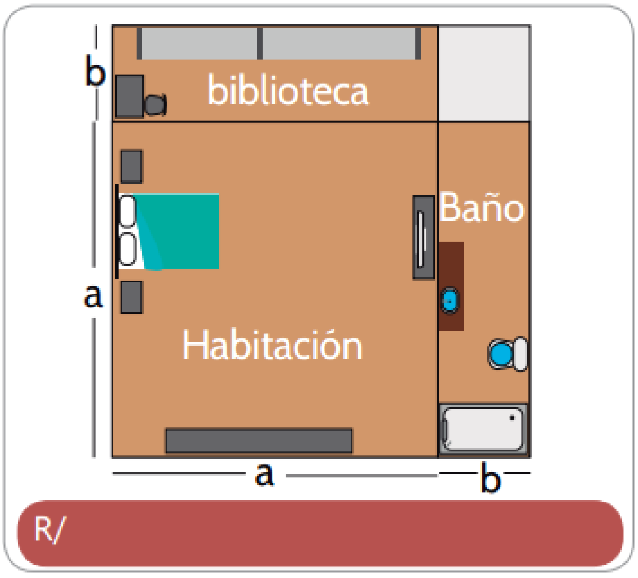



Figura 8. Cuarto con baño

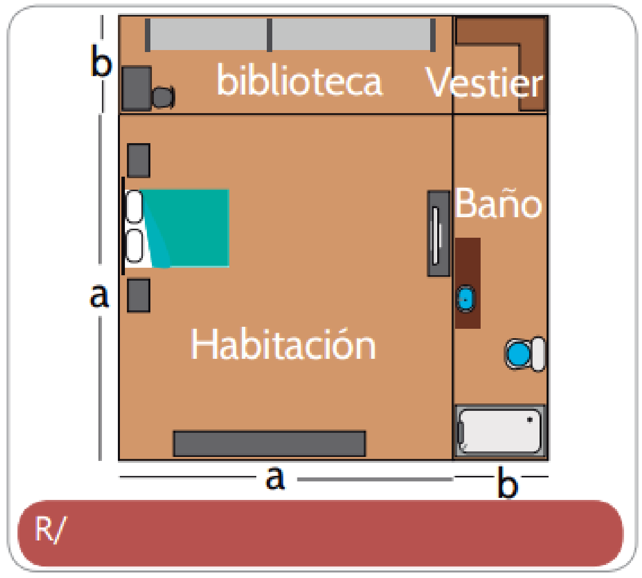
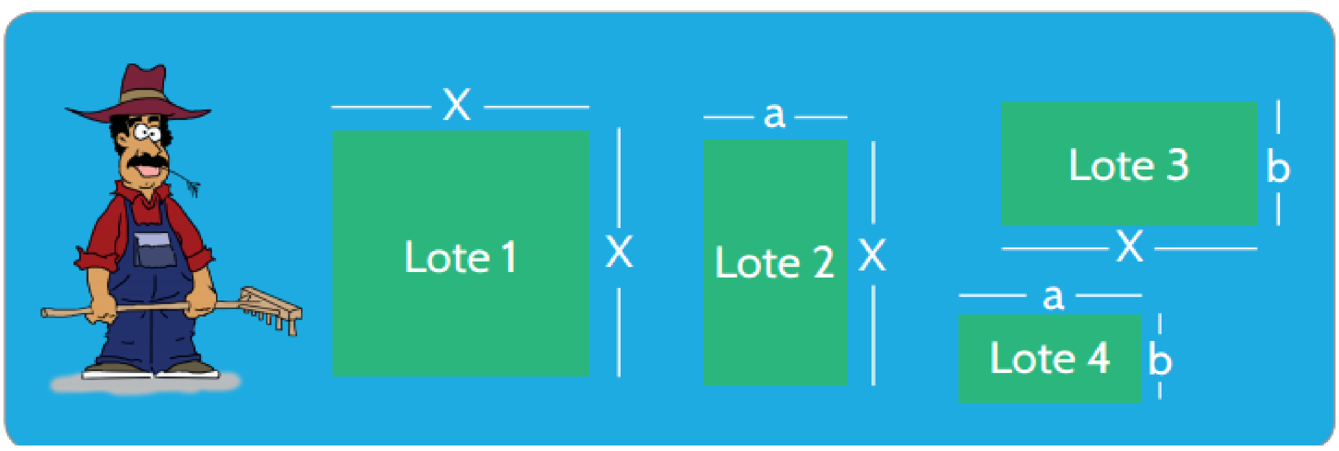



Figura 9. Cuarto con vestier

## MULTIPLICACIONES DE LA FORMA (x+a) (x+b)

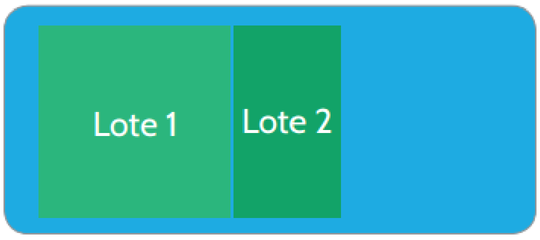
Un ganadero compra uno a uno 4 lotes que tienen las siguientes medidas.




Los lotes están ubicados uno al lado del otro, de tal forma que juntos conforman un rectángulo. Como los lotes se adquieren uno a uno, determina el área del terreno que adquiere el ganadero cada vez que adquiere un nuevo lote

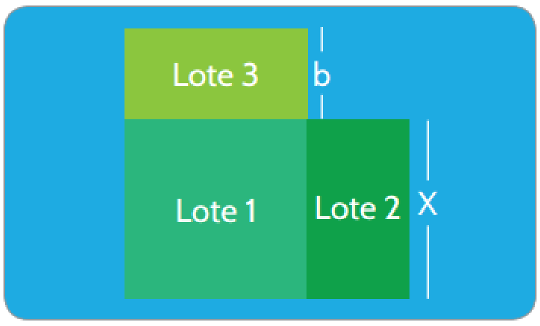
- ¿Cuál es el área del lote 1?

Área=



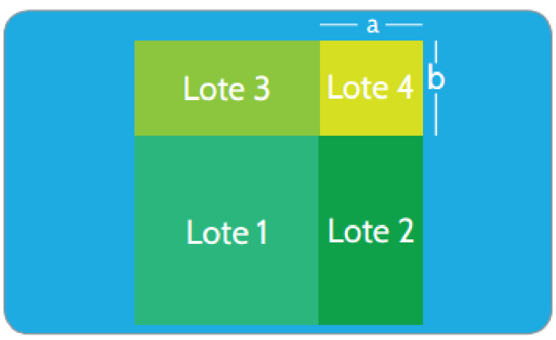

Área=

• Hoy se compró el tercer lote. Suma el área que mide este, al terreno que se tenía con los lotes 1 y 2.




Área=

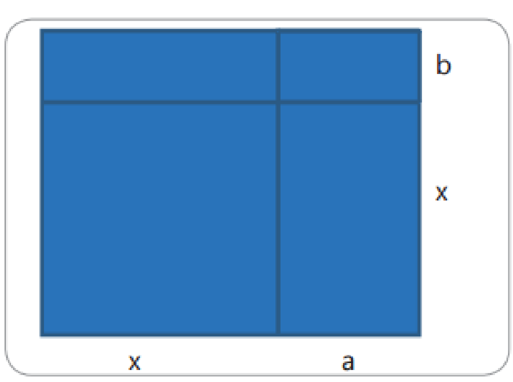
• Por último se compró el tercer lote. Suma su área al terreno que se tenía con los lotes 1, 2 y 3




Área=

Describe tus conclusiones

Como la Alcaldía piensa que el cálculo que hicimos del área de toda la propiedad, sumando las áreas de todos los lotes, está mala, debes calcularla nuevamente usando la fórmula para calcular el área de un rectángulo.



2. Si basados en las respuestas de los productos anteriores, podemos concluir que si:

$$(x+a)(x+b)=x2+(a+b)x+ab$$

Término común        Términos no comunes

Completa la siguiente oración:

El producto de dos binomios con un término común es igual:

Al _________del _______ común, más la suma de los _________ no ________, por el _________común, más el producto de los ___________ no _________________.

Ahora por simple inspección, halla el resultado de los siguientes productos:

a) $(X+2)\bullet(x+7) =$

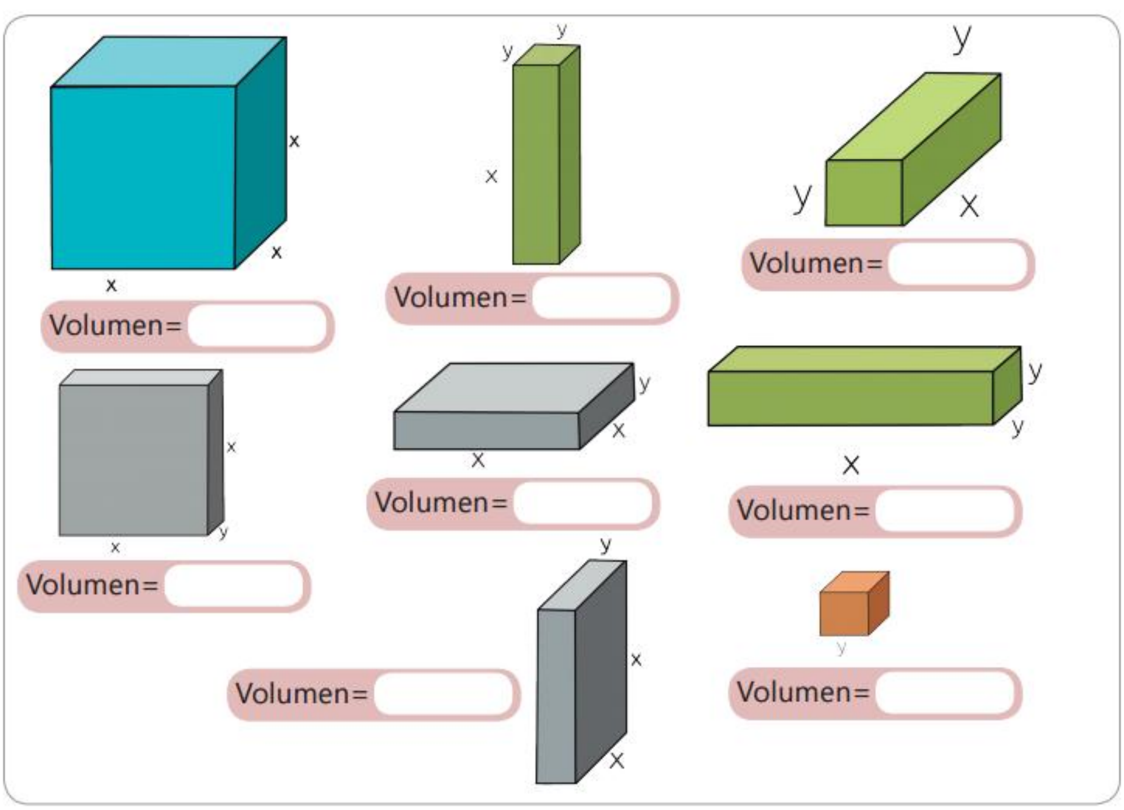
b) $(m+3)\bullet(m+4) =$

c) $(a+5)\bullet(a+6) =$

Calcula los productos siguientes:

a) $(2x+1)\cdot(2x-1)$
b) $(x^2-4)\cdot(x^2+4)$
c) $(3a-b)\cdot(3a+b)$
d) $(2a^2+5)\cdot(2a^2-5)$

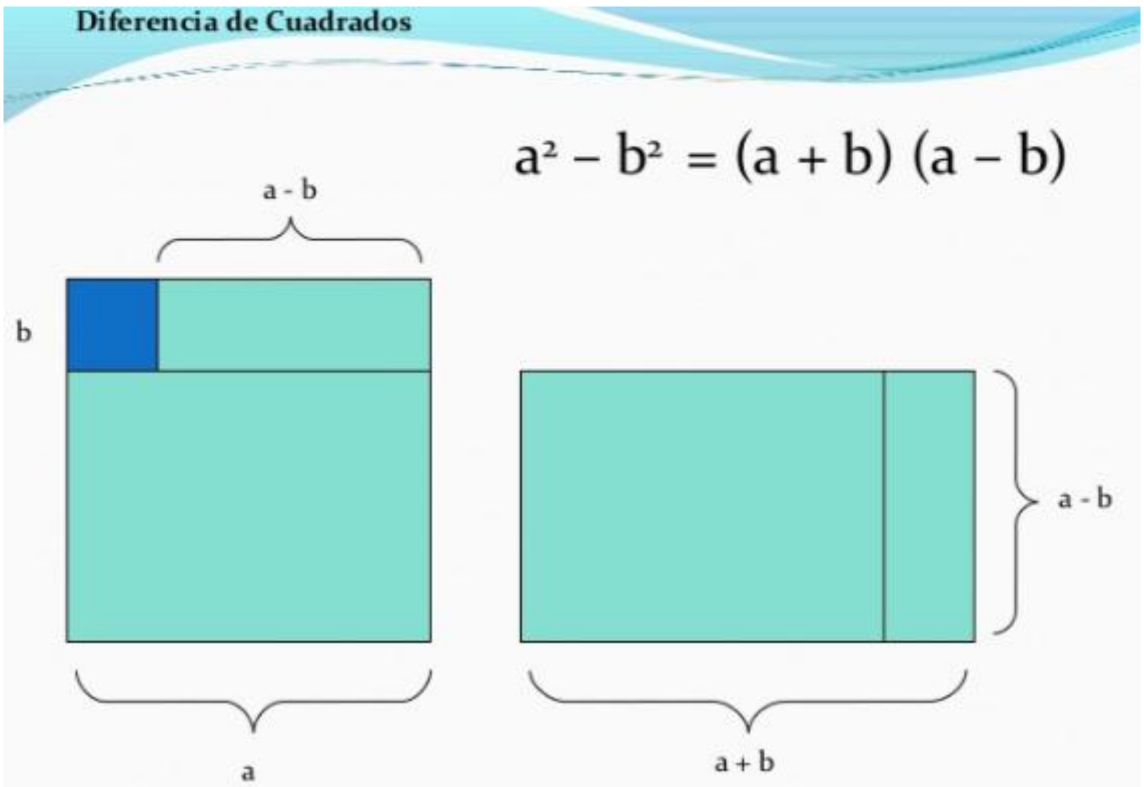
Halla el volumen de cada una de las siguientes piezas



Conociendo el volumen de cada pieza halla el volumen del cubo que podría armarse con ellas sumando dichos volúmenes (exprésalo de manera descendente con respecto a la letra x)

**DIFERENCIA DE CUADRADOS**

Se utiliza para resolver las multiplicaciones de la forma (a+b) (a-b) =



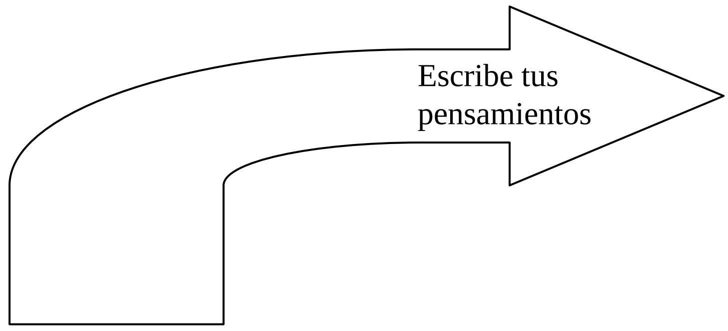

**Expresa como una suma por su diferencia:**

a) $4x^2 - 25$
b) $9a^4 - 16b^2$
c) $16 - 25x^2$

**RESUELVE APLICANDO PRODUCTOS NOTABLES**

1. $(1+3x^4)^2 =$
2. $(7a^2b^3 + 5x^4)^2 =$
3. $(a^3 - b^2)(a^3 + b^2) =$
4. $(1-8xy)\cdot(1+8xy) =$
5. $(a^{x+1} - 2b^{x-1})(2b^{x-1} + a^{x+1}) =$

6. $\left(a^2-2b\right)^3 =$




1. Resuelve:

a) $(x+2y)^2$
b) $(2a-3)^2$
c) $\left(2x+\frac{y}{2}\right)^2$
d) $\left(a^2-b^2\right)^2$
e) $\left(3x-\frac{3}{x}\right)^2$
f) $\left(\frac{2}{3y}-\frac{3}{y}\right)^2$

2. expresa como u cuadrado de binomio:

a)
b) $4a^2+12a+9$
c) $4x^2-4x+1$
d) $x^4-2x^2+1$
e) $x^2-10x+25$
f) $b^4+6b^2+9$

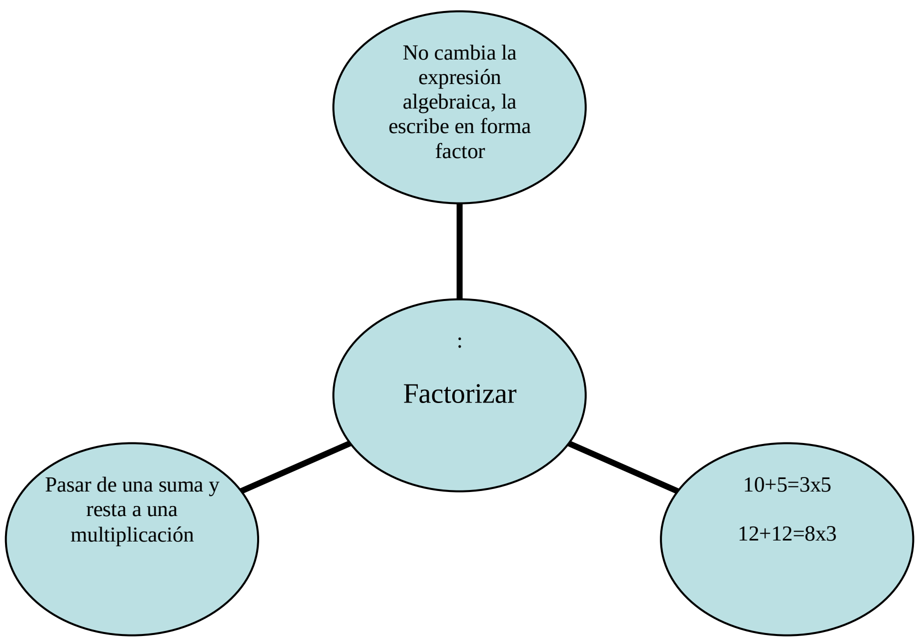
3. Expresa como un producto:

a) $9x^2-25y^2$
b) $16-40x+25x^2$
c) $100a^2+144+240a$

4. Resuelve:

1) $(x + 2)^2 =$
2) $(x + 2)(x + 3) =$
3) $(x + 1)(x – 1) =$
4) $(x – 1)^2 =$
5) $(n + 3)(n + 5) =$
6) $(m – 3)(m + 3) =$
7) $(a + b – 1)(a + b + 1) =$
8) $(1 + b)^3 =$
9) $(a^2 + 4)(a^2 – 4) =$
10) $(3ab – 5x^2)^2 =$
11) $(ab + 3)(3 – ab) =$
12) $(1 – 4ax)^2 =$
13) $(a^2 + 8)(a^2 – 7) =$
14) $(x + y + 1)(x – y – 1) =$
15) $(1 – a)(a + 1) =$
16) $(m – 8)(m + 12) =$
17) $(x^2 – 1)(x^2 + 3) =$
18) $(x^3 + 6)(x^3 – 8) =$
19) $(5x^3 + 6m^4)^2 =$
20) $(x^4 – 2)(x^4 + 5) =$

**Factorizar** una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto, es decir, descomponerla en factores.


**FACTORIZACIÓN DE TRINOMOS**

Factoriza los siguientes trinomios

1. Expresar como un producto:

| | |
|---|---|
| a) $x^2 + 6x + 8=$ **(x+4) (x+2)** | b) $x^2 – 16x + 63=$ |
| c) $x^2 + 10x – 56=$ | d) $x^2 –13x – 48 =$ |
| e) $y^2 – 7y – 30=$ | f) $x^2 – 14x + 48=$ |
| g) $x^2 – 5x – 84=$ | h) $x^2 + 27x + 180=$ |
| i) $x^2 + 7x – 120=$ | j) $x^2 –30x + 216=$ |
| a) $g^2 + 2gh + h^2 =$ | d) $p^2 – 2pq + q^2 =$ |
| h) $36n^2 + 84pn + 49p^2 =$ | g) $9x^2 –12xy + 4y^2 =$ |
| 2. Completar el término que falta para que al factorizar los factores sean iguales (formar el trinomio cuadrado perfecto) : | |

| | |
|---|---|
| a) $x^2 + 10x +$ ......... | b) $y^2 - 18y +$ ........... |
| c) $m^2 -$ ......... $+ 36n^2$ | d) $p^2 +$ ............ $+ 64p^2$ |
| e) ......... $+ 42x + 49$ | f) .......... $- 390y + 225$ |

**TRINOMIOS DE LA FORMA $ax^2+bx+c$**

**Este tipo de trinomio se diferencia del anterior debido a que el termino al cuadrado ($x^2$) se encuentra precedido por un coeficiente diferente de uno (debe ser positivo). Este se trabaja de una manera** un poco diferente, la cual detallamos a continuación:

1. Multiplicamos el coeficiente “a” del factor “$ax^2$” por cada termino del trinomio, dejando esta multiplicación indicada en el término “bx” de la manera “b(ax)”, y en el término “a $x^2$” de la manera $(ax)^2$.

2. Se descompone el trinomio en dos factores binomios cuyo primer término será la raíz cuadrada del termino $(ax)^2$ la que sería “ax”.

3. al producto resultante lo dividimos entre el factor “a”, con el fin de no variar el valor del polinomio.

4. El signo del primer binomio será el mismo signo que tenga el término “bx”, el signo del segundo binomio será igual a la multiplicación de los signos de “bx” y de “c”.

5. Se buscaran los segundos términos de los binomios según los pasos tres y cuatro del caso del trinomio anterior.

Factorizar $3m^2 + 8m + 5$

1<sup></sup>er paso $3(3m^2 + 8m + 5) \quad = (3m)^2 + 8(3m) + 15$

2° paso $(3m \quad )(3m \quad )$

3er paso $\dfrac{(3m \quad )(3m \quad )}{3}$

4° paso $\dfrac{(3m + \quad )(3m + \quad )}{3}$

5° paso $\dfrac{(3m + 3)(3m + 5)}{3}$

Simplificar $(m + 1)(3m + 5)$/Respuesta AulaFacil.com

**100** Ejercicio

Factorizar:

1. $2x^2 + 3x - 2$
2. $3x^2 - 5x - 2$
3. $6x^2 + 7x + 2$
4. $5x^2 + 13x - 6$
5. $6x^2 - 6 - 5x$
6. $12x^2 - x - 6$
7. $4a^2 + 15a + 9$
8. $3 + 11a + 10a^2$
9. $12m^2 - 13m - 35$
10. $20y^2 + y - 1$
11. $8a^2 - 14a - 15$
12. $7x^2 - 44x - 35$
13. $16m + 15m^2 - 15$
14. $2a^2 + 5a + 2$
15. $12x^2 - 7x - 12$
16. $9a^2 + 10a + 1$
17. $20n^2 - 9n - 20$
18. $21x^2 + 11x - 2$
19. $m - 6 + 15m^2$
20. $15a^2 - 8a - 12$
21. $9x^2 + 37x + 4$
22. $44n + 20n^2 - 15$
23. $14m^2 - 31m - 10$
24. $2x^2 + 29x + 90$
25. $20a^2 - 7a - 40$
26. $4n^2 + n - 33$
27. $30x^2 + 13x - 10$

**FACTIRZACIÓN DE BINOMIOS**

1. $4x^2 - y^2 = (2x)^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$
2. $16x^2 - 121y^4 = (4x)^2 - (11y^2)^2 = (4x + 11y^2)(4x - 11y^2)$
3. $36a^2bc^2 - bd^2 = b(36a^2c^2 - d^2) = b[(6ac)^2 - d^2]$
   $= b(6ac + d)(6ac - d)$
4. $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1).$
5. $x^2 - 7 = x^2 - (\sqrt{7})^2 = (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})$

| | |
|---|---|
| a) $1-16x^2 =$ | b) $x^4 - 1 =$ |
| c) $\frac{1}{64} - w^8 =$ | d) $\frac{w^2}{36} - \frac{d^6}{25} =$ |
| e) $\frac{1}{49}p^{10} - \frac{81}{529} =$ | |

**SUMA DE CUBOS** $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Ejemplo: $m^3x^3 + 8 = (mx+2)(m^2x^2 - 2mx + 4)$

**DIFERENCIA DE CUBOS** $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

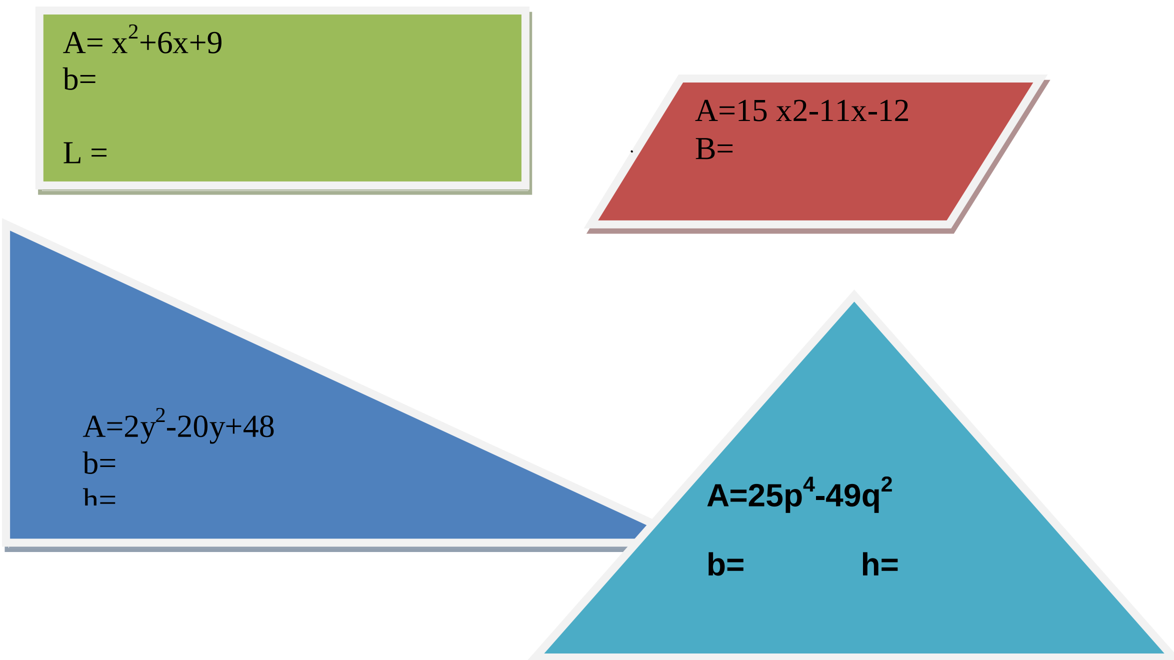
Ejemplo: $x^3 - 27 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$

| | |
|---|---|
| 1) $64 - x^3 =$ | 2) $8a^3b^3 + 27 =$ |
| 3) $27m^3 + 6n^6 =$ | 4) $x^6 - y^6 =$ |
| 5) $\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27} =$ | 6) $x^3 - \frac{1}{64} =$ |

**EJERCICIOS DIVERSOS:**

Factoriza:

| | |
|---|---|
| 1. $2ab + 4a^2b - 6ab^2 =$ | 2. $2xy^2 - 5xy + 10x^2y - 5x^2y^2 =$ |
| 3. $b^2 - 3b - 28 =$ | 4. $a^2 + 6a + 8 =$ |
| 5. $5a + 25ab =$ | 6. $bx - ab + x^2 - ax =$ |
| 7. $6x^2 - 4ax - 9bx + 6ab =$ | 8. $ax + ay + x + y =$ |
| 9. $8x^2 - 128 =$ | 10. $4 - 12y + 9y^2 =$ |
| 11. $x^4 - y^2 =$ | 12. $x^2 + 2x + 1 - y^2 =$ |
| 13. $(a + b)^2 - (c + d)^2 =$ | 14. $a^2 + 12ab + 36b^2 =$ |
| 15. $36m^2 - 12mn + n^2 =$ | 16. $x^{16} - y^{16} =$ |




Encuentre las medidas que faltan

**SIMPLIFICACION DE FRACCIONES ALEGABRAICAS**

**P r o c e d i m i e n t o**

1. Se cancelan los factores comunes en numerador y denominador

1. $\frac{a^2}{ab}$

Solución:

$$\frac{a^2}{ab} = \frac{a \times a}{ab} = \frac{\cancel{a} \times a}{\cancel{a} b};$$

$$\therefore \quad \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.$$

**Simplificación de fracciones cuyos términos sean polinomios**

**P r o c e d i m i e n t o**

**1.** Se factorizan los polinomios en el numerador y denominador
**2.** Se simplifican las expresiones, suprimiendo los factores comunes en el numerador y denominador

**S**implificar o reducir a su más simple expresión:

**1.** $\dfrac{3ab}{2a^2x+2a^3}$

Solución:

$\Rightarrow \quad \dfrac{3ab}{2a^2x+2a^3}=\dfrac{3ab}{2a^2(x+a)}$ {factorizando el denominador};

$\therefore \quad \dfrac{3ab}{2a^2x+2a^3}=\dfrac{3b}{2a(x+a)}$ {simplificando}.

**2.** $\dfrac{xy}{3x^2y-3xy^2}$

Solución:

$\Rightarrow \quad \dfrac{xy}{3x^2y-3xy^2}=\dfrac{xy}{3xy(x-y)}$ {factorizando el denominador};

$\therefore \quad \dfrac{xy}{3x^2-3xy^2}=\dfrac{1}{3(x-y)}$ {simplificando}.

**3.** $\dfrac{2ax+4bx}{3ay+6by}$

Solución:

$\Rightarrow \quad \dfrac{2ax+4bx}{3ay+6by}=\dfrac{2x(a+2b)}{3y(a+2b)}$ {factorizando};

$\therefore \quad \dfrac{2ax+4bx}{3ay+6by}=\dfrac{2x}{3y}$ {simplificando}.

**4.** $\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$

Solución:

$\Rightarrow \quad \dfrac{x^2-2x-3}{x-3}=\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-3)}$ {factorizando};

$\therefore \quad \dfrac{x^2-2x-3}{x-3}=x+1$ {simplificando}.

**5.** $\dfrac{10a^2b^3c}{80(a^3-a^2b)}$

Solución:

$\Rightarrow \quad \dfrac{10a^2b^3c}{80(a^3-a^2b)}=\dfrac{10a^2b^3c}{80a^2(a-b)}$ {factorizando};

$\therefore \quad \dfrac{10a^2b^3c}{80(a^3-a^2b)}=\dfrac{b^3c}{8(a-b)}$ {simplificando}.

**Simplificar cada una de las siguientes fracciones algebraicas**:

1) $\dfrac{15a^3b^2}{5ab^4}$ 2) $\dfrac{121a^4c^5d^7}{11ac^5d^8}$ 3) $\dfrac{7mn^4p^5}{21m^3np^7}$ 4) $\dfrac{8a-16b}{24}$

5) $\dfrac{42}{18a+24b}$ 6) $\dfrac{14x+21y}{50x+75y}$ 7) $\dfrac{27m-36n}{36m-48n}$ 8) $\dfrac{x^2-x}{xy-y}$

9) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{3a+3b}$ 10) $\dfrac{m^2-n^2}{m^2+2mn+n^2}$ 11) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-2x}$ 12) $\dfrac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$

13) $\dfrac{m^4n - m^2n^3}{m^3n + m^2n^2}$ 14) $\dfrac{x^3 + 3x^2 - 10x}{x^3 - 4x^2 + 4x}$ 15) $\dfrac{(8p^3q^2)^4}{(16p^2q^2)^3}$ 16) $\dfrac{(12mn^3)^3}{(18m^2n)^4}$

17) $\dfrac{x^4 - 1}{3x^2 - 3}$ 18) $\dfrac{m^3 - n^3}{5m^2 + 5mn + 5n}$ 19) $\dfrac{2ax - 4bx}{3ay - 6by}$

20) $\dfrac{x(x-3)^2(x-1)}{x^2(x-1)^3(x-3)^4}$

**FIN DE LA GUÍA,**


Mi último pensamiento: